

工夫計算を対象とした作問学習演習の設計開発と実践利用 - 自己説明タスクの作問タスク化の試み -

Design, Development and Practical Use of Learning Environment of Problem-Posing for Efficient Calculation - An Attempt of Replace Self-Explanation Task with Problem-Posing Task -

榎本 浩義*1, 林 雄介*2, 平嶋 宗*2
Hiroyoshi ENOMOTO*1, Yusuke HAYASHI*1, Tsukasa HIRASHIMA*1

*1 広島大学大学院工学研究科

*1 Graduate School of Engineering, Hiroshima University

Email: enomoto@lel.hiroshima-u.ac.jp

あらまし:対象の持つ構造を理解させるためには、その対象の構造を組み立てさせることが有効である。効果的な学習法とされる作問学習は、対象の構造に着目した作問を行わせる場合、問題を作る操作が対象の構造操作になるため、対象の構造を組み立てる学習方法となるといえる。算数においては、文章題を対象として、構造に着目した作問学習の研究例があり効果が確認されている。しかし、計算問題については、構造に着目した作問学習はみられない。本研究で扱う工夫計算は、計算式の構造理解が必要となる学習対象である。そのため、工夫計算の作問学習は、対象の構造を組み立てる学習であるということができる。本研究では、自己説明を作問で置き換える形での例題ベースによる工夫計算作問学習をシステム化し、作問結果の診断、診断に基づくフィードバックの提示、作問過程の記録ができる機能を実装し、6年生を対象として1時限のシステム利用実践を行ったので、報告する。

キーワード: 構造組み立て, 工夫計算, 作問学習, 自己説明, 作問タスク化

1. はじめに

対象の持つ構造を理解させるためには、構造に対する操作を行わせることが有効である⁽¹⁾。構造に対する操作とは、対象の構造を組み立てることや変更することであり、その操作がもたらす影響や反応をみることは、対象の構造理解に役立つことが知られている。

問題を作る学習法である作問学習は、既存の各研究から、効果的な学習法とされている。学習をする上で作問が効果的であることの理由は様々に考えられる。例えば、問題を作ること自体が対象領域についてのより深い理解に貢献する、あるいは解いているだけでは気づかなかった問題の意義や面白さを発見できるなどである⁽²⁾。本研究では、学習上の作問の有効性は、問題を作ることが対象の構造操作であることによるととらえて⁽³⁾、対象のもつ構造の理解に着目した作問学習を試みる。

作問学習において、算数文章題に関しては、一連の研究が行われ、効果が確認されている⁽⁴⁾⁽⁵⁾。しかし、計算問題に関しては、作問を行わせる例はいくつかみられるが、作問が対象の構造理解につながることを強調した事例は見当たらない。計算問題についての作問の研究として多桁減算の研究があるが⁽⁶⁾、これも、多桁減算の筆算を行う場合の各桁の引き算の手続き、繰り下がり処理の計算手続きを作問の対象としたものである。

このように、計算問題の作問を行わせる場合に、対象である計算式の構造を理解することではなく、計算の手続きを理解させることを目的としたものが

みられるのは、算数において式が計算の手続きとみなされていることが大きな理由であると考えられる。

本研究で取り扱う工夫計算は、式の持つ構造に着目する必要がある計算の方法である。通常の計算は、左から順番に計算することが基本であるため、構造に着目する必要がない。数式を左から見て、加減乗除の演算の種類、かつこの有無を判断し、決められた計算手続きに従って計算を行えば正解が得られる。

これに対して、工夫計算を行う場合は、与えられた計算式の構造を理解した上で計算方法を考えることが必要になる。工夫計算は、算数計算式が対象となる計算である一方、式を構成する数や演算子の関係を利用して変形操作を行うという点で、数学において文字式に対して行う場合と同様の変形操作を用いる計算方法である。文字式の変形は、文字式の変形規則に従う必要がある⁽⁷⁾、どのような変形規則が存在するかはその文字式が持つ構造によって異なる。算数を一般化したものが数学とみなせるので⁽⁸⁾、工夫計算は、算数計算式を使って数学文字式の変形操作をすることと考えることができ、その遂行には計算式の構造理解が必要になるということができる。

このように、工夫計算は、計算遂行にあたり数式の構造理解が必要となる計算方法である。したがって、工夫計算の作問学習は、対象である数式のもつ構造に着目した作問学習となり得る。

作問学習には様々な種類があるが⁽³⁾、本研究では、実施する作問学習の種類として「解法ベースの作問」を採用する。解法ベースの作問とは、ある解法が使える問題を作る作問である。ある解法が使える問題

を作るためには、その解法が適用できる問題がどのような構造になっているかを明確に意識していることが求められる。この考えに立てば、工夫計算を前提として、対象のもつ構造に着目した作問を行わせるためには、解法を示し、その解法が使える問題を作らせることが有効であるといえることができる。これはすなわち解法ベースの工夫計算作問学習となる。

解法ベースの工夫計算作問学習をさせるにあたり、本研究では、例題ベース学習の方式をとる。例題ベース学習は、数学のような構造化された領域の学習に有効とされる学習方法であり⁹⁾、算数の学習においても広く利用されているといえるので、本研究でもこの方式をとることにした。

ただし、例題には解法が示されているので、学習者が解法を理解せず解法の手順のみをまねて解答を導き出す可能性がある。例題は学習すべき解法が使えることが前提となっており、その解法が使える理由は教えていない。解法の手順をまねてしまうと、なぜその解法が使えるのかの理解に至らず、学習した解法を自発的には使えない可能性がある。実際、問題解決方略を自発的に利用する力の不十分さに対する指摘がある¹⁰⁾。

手順をまねるのではなく、解法を理解した上で解答できていることを確認するには、自己の解法について、なぜその解き方で解けるのか学習者に説明させること、つまり自己説明が効果的である。理解していなければ説明はできないはずだからである。自己説明をどれだけうまくできるかが例題ベース学習の学習効果を決定することは、既存の研究例からも明らかになっている¹¹⁾。

しかしながら、自己説明は言語を用いて行うため、言語による説明能力が不可欠となる。本研究のように学習者が小学生である場合、このことは大きな障害となる。実際、小学生を対象として言語を用いた自己説明をさせることは困難との指摘がある¹²⁾。

そこで、本研究では、小学生対象でも実施可能な学習方法として、自己説明ができることは作問ができることと同等とみなせる(「自己説明タスクの作問タスク化」という考えのもと、例題ベース学習の方式を用いた、工夫計算を対象とした解法ベースの作問学習ができるシステムを設計・開発した。

開発したシステムは、作問結果の診断機能、診断に基づくフィードバックの提示機能、作問過程をログとして記録する機能を備える。このシステムを利用した工夫計算作問学習が小学生に実行可能か、また、自己説明の作問タスク化が実現できるか、さらにシステム利用の学習効果があるかについて検証するため、広島市内の公立小学校6年生3クラスを対象として1時限のシステム利用実践を行った。

2. 工夫計算の作問学習

2.1 取り扱う工夫計算

工夫計算の作問学習システムを実現するにあたっては、一の位に繰り上がりがある、2桁+1桁の足し

算を取り扱うこととした。例えば、「18+3」である。計算の工夫の内容は、特定の数値を加減して繰り上がりをなくし、計算しやすくすることである。2桁+1桁の足し算の、繰り上がりをなくす工夫計算を取り扱うことにした理由は、参考文献¹³⁾でも、各種工夫計算のうち、最初に取り上げられていることからわかるように、足し算において繰り上がりをなくす計算は様々な工夫計算の中でも基本となる計算と考えられること(ただし単純化のため、足す数は1桁とした)、また、一目で工夫計算の問題とわかるような特殊な計算と異なり、通常の計算と変わらない計算であることから、計算問題を作らせるのに適していると判断したためである。

2.2 解法ベースの工夫計算作問

本研究で開発したシステムでは、計算式の構造を意識させる課題として、解法ベースの工夫計算作問学習を行う。解法ベースの作問学習は、(1)解法の提示、(2)その解法が使える問題の作問、の2段階からなる。本研究では、まず計算方法の例を示し、次に、同じ方法で計算できる問題を作らせる。

さらに、本研究では、ある解法が使える問題を作らせることに加えて、ある解法が使えない問題も作らせる。ある解法が使える問題を作らせるだけでは、解法が使える条件についての理解が不十分になるおそれがある。なぜなら、その解法が使える作問ができることが前提となっているからである。解法が使える問題と、解法が使えない問題をあわせて作らせることで、どのような場合にその解法が適用可能なのか明確に意識させる効果が期待できる。

2.3 自己説明タスクの作問タスク化

計算問題「18+3」を工夫計算する際の自己説明例をあげると、以下のとおりである。(1)2つの数を足すと、一の位でくり上がりがある。(2)一の位でくり上がりがある原因は、足される2つの数の一の位が8と3であり、足すと10をこえる数値であるため。(3)くり上がりをなくすには、足して10をこえないようにする必要がある。(4)そこで、18に2を足して20にし、一の位を0にすることで、繰り上がりをなくす。一の位を0にすれば、何を足しても10をこえることはない。(5)ただし、18に2を足した分、もう一方の数の3から2を引いて、合計が変わらないようにすることが必要。(6)以上より、 $18+3 = (18+2) + (3-2) = 20+1=21$ 。

まとめると、「18+3」の工夫計算の自己説明にあたり理解することが必要な事柄は、次の2点と考えられる。(1)2つの数を足すと一の位でくり上がりがあることの認識。(2)一の位で繰り上がりがある原因と、その回避方法。である。

一方、「18+3」と同等の工夫計算ができる問題の作問プロセスは、以下のとおりと考えられる。(1)18に足すと一の位で繰り上がりがある1桁の数を理解し、これを2つ目の数とする。(2)上記いずれかの数を採用し、1つ目の数の18に足す。(3)18に足し

た数を、2つ目の数から引く。(4)上記を計算プロセスとして記述する、である。

作問にあたり理解が必要な事柄をまとめれば、(1)一の位でくり上がりがある数を適切に選択する。(2)選択した数を1つ目の数に足し、足した分を2つ目の数から引くことの計算プロセス、となる。

このように考えると、工夫計算の自己説明において理解が必要な事柄と、工夫計算の作問において理解が必要な事柄は、2つの数がどのような場合に繰り上がりがあるかの理解と、繰り上がりをなくするための計算プロセスの理解の二点であり、これらは同等と考えることができる。自己説明を自己説明タスク、作問を作問タスクとすると、それぞれについて理解しておくことは同一なので、本研究での工夫計算作問学習は、「自己説明タスクの作問タスク化」と考えることができる。

3. システムの設計

3.1 システム構成

本研究のシステムはクライアントとしてタブレット、サーバにはノートパソコンを用いる。

クライアントはユーザインターフェイス(図1)を表示し、サーバは演習問題の提示、フィードバックの返却、学習記録の保持を受け持つ。各児童が持つタブレットと、サーバであるノートパソコンを無線LANルータを使用して接続しネットワークを構築することで、教室内で授業と連動したシステム利用が可能である。

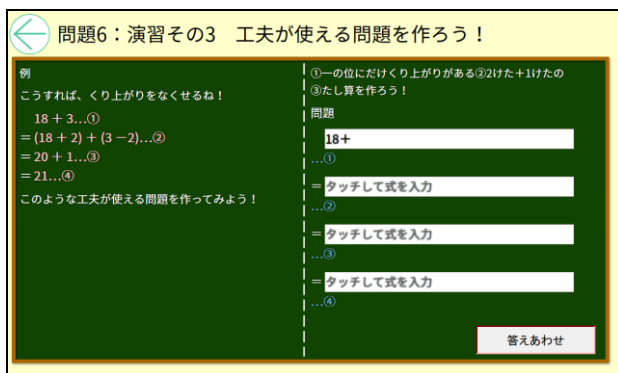


図1 ユーザインターフェイス

3.2 システムによる工夫計算演習

本研究で開発したシステムでは、(1)計算演習、(2)工夫計算演習、(3)工夫計算作問演習、(4)工夫計算作問演習(負例)の4種類の演習を通じて、工夫計算の学習を行う。

各演習においては、学習者が入力した解答に対して、システムにより自動的に正誤判定が行われる。さらに、正解の場合は正解であること、誤りの場合は、その誤りの内容に従ったフィードバックをシステムがインタラクティブに返す(図2)。これらの学習過程は、後の分析のためにシステムのログとして保存される。

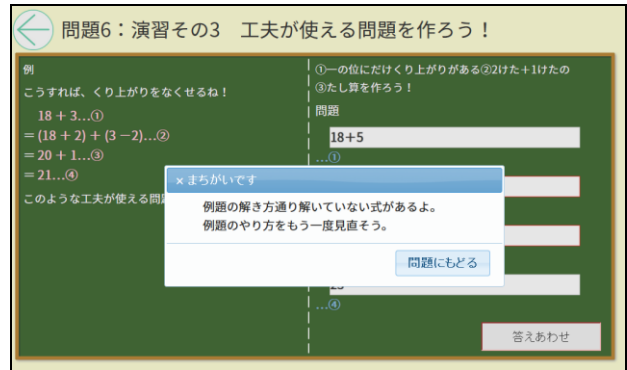


図2 フィードバック例

3.3 システム利用授業で扱う計算問題

対象児童は小学6年生であり、ある程度計算能力があることが確認できている。しかし本研究で行う工夫計算の作問演習は例がないため、授業で扱う計算問題は、担当教諭とも検討した上で、計算の復習という形をとり、表1に示すとおりとした。

表1 システム利用の授業で扱う計算問題

演習分類	問題	例題	児童が行う演習
計算演習	1	99+4	演習1(計算演習) 演習2(工夫計算演習)
	2	199+4	
	3	197+4	
	4	196+7	
	5	196+1	
作問演習	6	18+3	演習3(工夫計算作問演習) 演習4(工夫計算作問演習(負例))
	7	86+5	
	8	196+5	

システム利用は計算演習、作問演習の2つからなる。計算演習は問題1から問題5までの5問からなり、それぞれの問題ごとに、演習1、演習2を行う。作問演習は問題6から問題8までの3問で、各問題ごとに演習3、演習4を行う。各問題には例題が用意され、システムが順次提示する。児童はそれを見て計算演習、作問演習を進める。

3.4 4つの演習について

演習1は、計算演習である。計算演習は、正解を求めることができればよい演習である。解き方の例は提示せず、どのように解いたかも問わない。この演習は、以降で行う演習に先立ち、工夫計算の効果を学習者がより理解できることを目的として行う。

演習2の工夫計算演習は、正解を求める際、例として提示した工夫計算方法に従って計算することが必要とされる演習である。この演習は、例に従って計算することで、学習対象の工夫計算が使えるようになることを目的として行う。

演習3の工夫計算作問演習は、解法ベースの作問を実施する演習である。システムの画面には学習対象の工夫計算の方法(解法)が例として提示されるので、学習者は、その解法が使える問題を作成する。

演習 4 の工夫計算作問演習(負例)では、ある解法が使える問題を作らせる、通常の解法ベースの作問と異なり、ある解法が使えない問題を作らせる。このような作問をさせる目的は、どのような場合にその解法が適用可能なかを、学習者に明確に意識させることである。ここまでの演習で、計算演習、工夫計算演習、工夫計算作問演習の順で学習を進めてきているが、いずれも、学習対象となる工夫計算が適用可能なことが前提となっている。これは、工夫計算の学習を目的として学習活動を行っているのが当然のことであるが、さらに、工夫計算が適用できない場合はどのような場合かについて、ある解法が使えない問題を作らせることで、解法の適用可能条件について学習者に明確に意識させる効果があると考えた。

4. システムの利用

4.1 授業実践方法

本研究のシステムを利用して、小学校 6 年生 3 クラスを対象とした授業を 1 時限 45 分間実施した。システムを利用した児童の人数は、1 組が 25 名、2 組が 27 名、3 組が 26 名、合計 78 名である。1 時限の授業の構成は、(1)担当教諭による工夫計算の説明(2)システムを利用した工夫計算作問演習(3)システム利用に関するアンケート記入、である。プレテスト、ポストテストは、授業時間の制約のため、別日程で行った。なお、対象の児童は過去にタブレット利用による文章題の作問学習の経験があったが、本システムの利用は初めてである。

授業は、担当教諭による工夫計算の説明、システムを利用した工夫計算作問演習からなる。担当教諭による工夫計算の説明は、システムによる演習で取り扱う工夫計算の計算方法に関する、黒板を用いての解説である。システムを利用した工夫計算作問演習は、担当教諭の指示に従って、クラス全員が 1 問ずつ演習を行うことから開始し、その後、指示なしで各児童に独力でシステム利用をさせた。児童のシステム利用のサポートは、担当教諭、および、3、4 名の TA が行った。担当教諭は、黒板による解説の終了後、児童にシステム利用をさせ、学習中の児童を見回りながらサポートを行った。TA は 1 時限の授業時間全体を通じて参加し、随時サポートを行った。

サポート実施のタイミングは、操作に迷った場合などシステムに関して児童から質問があった場合、あるいは、システムによる作問に児童がなかなか成功しない場合などである。サポートの内容は、次に進むための操作等のシステム操作のアドバイス、システム画面に提示されている例題と児童が入力した計算式の相違点の説明、作問失敗時にシステムが返すフィードバックについて、失敗と判定されている理由の説明などである。

システム利用に関するアンケートは、授業の最後に 5 分程度の時間を確保し、児童に記入させた。

4.2 システム利用状況

今回のシステム利用では、前半の計算演習 5 問、後半の作問演習 3 問の全 8 問を用意した。図 3 に、作問演習 3 問についての到達度を示す。到達度は、問題 6 から問題 8 までの作問学習において何問目まで作問できたかで示している。問題 1 から問題 5 までの計算演習は、授業の進行にあわせて教員の指示で演習を行わせているため、到達度の考慮はない。

児童全体でみると、91%の児童が最終問題の問題 8 まで到達していた。クラス別では、対象児童 3 クラスのうち、1 クラスについては、全員が最終問題まで到達した。残り 2 クラスについても、それぞれ、81%、96%の児童が、問題 8 まで到達した。

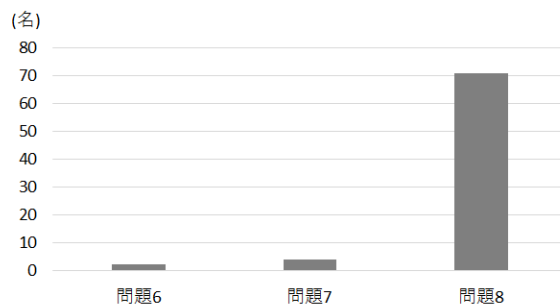


図 3 演習の到達度

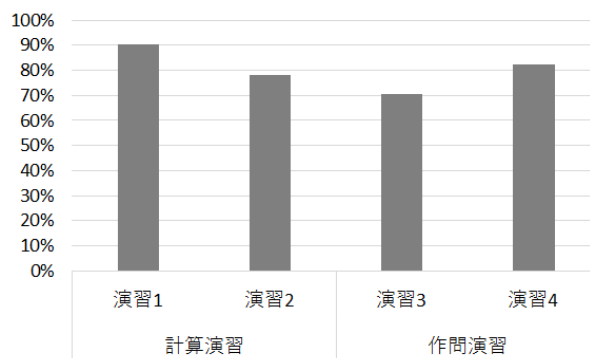


図 4 演習別の正解率

演習別の正解率を図 4 に示す。演習 1 から演習 4 までの 4 つの演習について、正解率は 90%、78%、70%、82%であった。演習 1、演習 2、演習 3 の順で正解率は下がっているが、これは、演習 1 は工夫なしの計算問題のため、正しい答を求めることができれば正解であること、演習 2 は工夫計算の演習であるため、答が合っていることに加えて、工夫の方法が合っている必要があること、演習 3 は工夫計算の作問であるため、工夫の方法を理解した上で、その工夫が使える問題を作る必要があること、というように演習 1、演習 2、演習 3 の順で難易度が上がるためと考えられる。

問題別の正解率を図 5 に示す。問題 6 の正解率が 65%と他の問題に比べて低くなっているのは、問題 6 が作問演習の最初の問題であり、学習内容が変化しているためと考えられる。

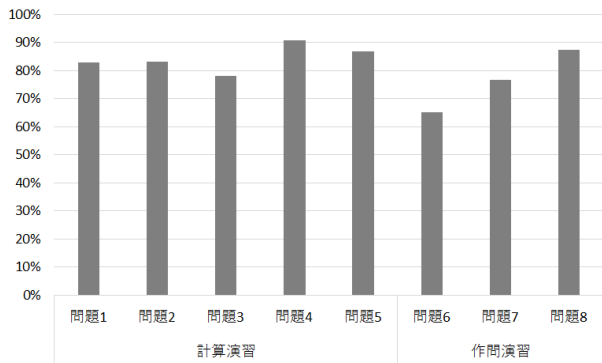


図5 問題別の正解率

今回のシステム実践利用では、小学6年生の1時間の授業の中で、授業の進行に応じて学習させるため全8問の問題を用意したが、90%をこえる児童が最終問題の学習まで到達していた。各問題の正解率が70%から90%であることから、初めて行う学習であった、システムによる工夫計算作問学習を児童が無理なくこなせたことがわかる。

4.3 アンケート結果

児童に対するアンケート項目を表2、アンケート結果を図6に示す。

表2 アンケート項目

No.	質問内容
Q1	システムは、使いやすかった
Q2	計算を間違えた場合、どこを間違えたかすぐにわかった
Q3	計算を間違えた場合、どういう間違いをしたかすぐにわかった
Q4	システムが出す例と同じ工夫が使える計算問題を作ることは、簡単だった
Q5	例と同じ工夫が使える計算問題を作ることで、計算の工夫方法がよくわかった
Q6	システムが出す例と同じ工夫が使えない計算問題を作ることは、簡単だった

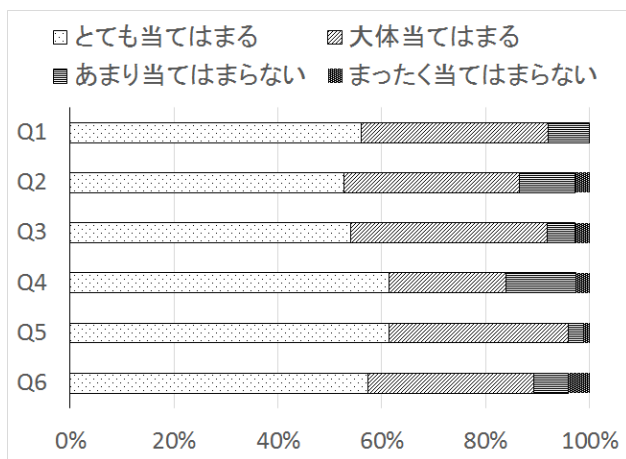


図6 アンケート結果(n=77)

システム利用対象児童78名のうち、不備のある児童を除いた77名を有効データとした。アンケートの質問項目は7個で、Q1からQ6の質問に加え、システムを利用しての感想、よかった点あるいはよくなかった点について、自由記述の形で児童に意見を書かせた。

アンケートの結果をみると、Q1からQ6の質問項目すべてにおいて80%以上の児童から肯定的意見が得られている。このことから、本システムを利用した工夫計算作問演習が、小学6年生の児童にとって十分実行可能であったといえる。

なお、自由記述の意見としては、次のようなものが得られた。「繰り返りのある計算を繰り返りがない計算にするやり方の説明があつてわかりやすかったです」、「これをやると、暗算がとても簡単になってくる」、「3問間違えたら、アドバイスを書いたほうが良いと思います」などである。

5. 学習効果

5.1 プレテスト、ポストテストの内容と正解率

本システムの利用によって児童の計算方法にどのような変化があつたかをみるために、システム利用の前後でプレテスト、ポストテストを行った。

プレテストは全10問の計算問題である。問題用紙以外に計算用紙は配っていない。テスト時間は10分を上限として実施したが、相当数の児童が、10分に満たない段階で全問回答していた。ポストテストは全20問の計算問題で、時間は10分を上限として実施した。プレテスト同様、計算用紙は配っていない。プレテストの正解率が高かったため、問題数は全20問に増やし、プレテストで実施した問題を10問、(ただし記憶の効果を避けるため順番はランダムに並べ直し)、プレテストでは実施しなかった問題を10問の構成とした。

プレテストの正解率は3クラスの児童の平均値で97.4% ($\sigma=0.063$)、ポストテストの正解率は94.5% ($\sigma=0.091$)であった。正解率については、プレテスト、ポストテストともに100%に近く、天井効果がみられたため議論ができていない。

5.2 システム利用前後での計算方法の変化

計算問題に対する児童の計算方法の変化を調査するため、プレテスト、ポストテストは、(1)くり上がりのない問題(工夫不要問題)、(2)システムで取り扱った問題(学習問題)、(3)学習問題とは異なる種類の工夫計算問題(転移問題)の3種類の問題を含めて作成した。

表3に、プレテストとポストテストでの計算方法の変化を示す。これは、プレテストとポストテストで共通する10問について、各児童の解答を整理し、筆算を使用している割合、工夫を実施している割合、途中式の記述がなく答のみ書いている割合、を算出したものである。対象児童の人数は、プレテスト、ポストテストのいずれかに欠席した児童は除き、77名である。

表 3 計算方法の変化(n=77, 数値は平均と標準偏差)

		工夫不要問題 (4 問)	学習問題 (3 問)	転移問題 (3 問)
筆算 使用率	プレ	6.5% 0.009	15.2% 0.027	15.2% 0.040
	ポスト	2.6% 0.000	6.5% 0.000	6.9% 0.027
工夫 実施率	プレ	1.0% 0.006	3.5% 0.022	22.9% 0.145
	ポスト	1.3% 0.009	5.6% 0.006	26.0% 0.181
答のみ 記述	プレ	89.9% 0.006	79.7% 0.043	61.5% 0.170
	ポスト	96.1% 0.009	87.9% 0.006	67.1% 0.200

工夫不要問題は、くり上がりがなく簡単な問題である。プレテスト、ポストテストともに途中計算の記述はほとんどみられず、児童は暗算を行っていると考えられる。

学習問題はくり上がりがあるため、工夫不要問題よりも計算が難しくなっている。プレテストで、15%程度の使用率で筆算が使われているのは、暗算ではできなかったためと考えられる。ポストテストでの筆算の使用率をみると、プレテストと比較して大きく減っている。筆算の減少と同時に、答のみの記述が増えているので、暗算でできるようになっていることが示唆される。工夫計算の役割は複雑な計算を暗算でできる計算に単純化することにあるので、筆算の減少は、工夫計算を使えるようになったことを示唆していると考えられる。

転移問題は、システムで学習した工夫計算とは異なるやり方の工夫計算である。ポストテストでは、転移問題においても筆算の使用が減少している。このことは、システム利用によって直接学習したもの以外の工夫計算問題についても、工夫計算が使えるようになっていることを示唆している。

計算の工夫が使える問題(学習問題、転移問題)に関して、プレテストとポストテストでの筆算使用率について t 検定を行ったところ、有意な結果が得られた(p<0.01)。ポストテストでは筆算の使用が減少しているため、システム利用は児童の筆算の使用を減少させたと考えられる。また、ポストテストの後半 10 問についても分析を行ったが、プレテストおよび、ポストテストの前半 10 問と同様に、簡単な問題(工夫不要問題)は暗算で解き、問題が難しくなるに従って(学習問題、転移問題)、筆算を使用する傾向が確認されている。これらも含め、システム利用前後の計算方法の変化については、現在分析を進めている。

6. まとめ

本研究では、算数工夫計算の作問学習を行えるシステムを設計・開発し、小学校授業での実践利用を行った。実践利用は 6 年生に対する 1 時限の短期的

な利用であったが、システムを利用した工夫計算作問演習が小学生児童にとって実行可能であったことは、システムによる演習の到達度と正解率、児童に対するアンケート結果からうかがえる。今回の利用実践のように、工夫計算作問学習を授業と連動した形で実践した例はなく、これが可能であることを示せたのは本研究の意義である。

また、自己説明と作問で必要とされることは同一との考えから「自己説明タスクの作問タスク化」の試みを工夫計算を対象として行ったが、この試みは、工夫計算以外の作問学習にも適用できる考え方である。今後は、他の分野への適用も検討していきたい。

参考文献

- (1) 平嶋宗：“学習課題の情報構造としての再定義とその内容に基づいて設計された活動としての組み立てることによる学習”，第 29 回人工知能学会全国大会論文集，1B3-CS-2 (2015)
- (2) 平嶋宗：“作問学習のモデル化”，教育システム情報学会全国大会講演論文集，Vol.30，pp.37-38 (2005)
- (3) 平嶋宗：“「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法”，教育システム情報学会研究報告，Vol.20，No.3，pp.3-10 (2005)
- (4) 平嶋宗：“学習課題の内容分析とそれに基づく学習支援システムの設計・開発：算数を事例として”，教育システム情報学会誌，Vol.30，No.1，pp.8-19 (2013)
- (5) 古久保和仁，小田拳太，室津光貴，山本翔，前田一誠，林雄介，平嶋宗：“算数文章題を対象とした問題構造組み立て演習の実現”，第 29 回人工知能学会全国大会論文集，1E4-OS-11a-6 (2015)
- (6) 東本崇仁，市将治，平嶋宗，竹内章：“多桁減算を対象とした作問学習支援環境の設計・開発”，日本教育工学会論文誌，Vol.31，No.1，pp.61-68 (2007)
- (7) 三輪辰郎：“文字式の指導に関する重要な諸問題”，筑波数学教育研究，Vol.20，pp.23-38 (2001)
- (8) 清水明子：“代数初学者の文字式に対する認識”，名古屋大学教育學部紀要。心理学，Vol.45，pp.55-63 (1998)
- (9) Sweller, J., and Cooper, G.A.: “The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra”, *Cognition and Instruction*, Vol.2, No.1, pp.59-89 (1999)
- (10) 植阪友理，鈴木雅之，清河幸子，瀬尾美紀子，市川伸一：“構成要素型テスト COMPASS に見る数学的基礎学力の実態”，日本教育工学会論文誌，Vol.37，No.4，pp.397-417 (2014)
- (11) Chi, M.T.H., Bassok, M., Lewis, M.W., Reimann, P., and Glaser, R.: “Self-explanations: How students study and use examples in learning to solve problems”, *Cognitive Science*, Vol.13, pp.145-182 (1989)
- (12) Tajika, H., Nakatsu, N., Neumann, E., Nozaki, H., Kato, H., Fujitani, T. and Hotta, C.: “Mathematical word problem solving in children engaged in computer-based metacognitive support: A longitudinal study”, *Educational Technology Research*, Vol 35, pp.11-19 (2012)
- (13) 千賀博巳：“計算の工夫(脳トレーニング)”，豊橋創造大学短期大学部研究紀要，No.25，pp.67-76 (2008)