

オンライン数学学習システムにおける誤答自動分類を目指して －微分計算問題を例に試作－

Toward Automated Error Classification in Online Mathematics Learning Systems - A Pilot Study using Differential Calculus Problems -

高山 駿^{*1}, 宮崎 佳典^{*2}
Shun Takayama^{*1}, Yoshinori Miyazaki^{*2}

^{*1} 静岡大学情報学部行動情報学科

^{*1} Faculty of Informatics, Shizuoka University

^{*2} 静岡大学大学院情報学領域

^{*2} College of Informatics, Shizuoka University

Email: takayama.shun.24@shizuoka.ac.jp

あらまし：オンライン数学学習支援システムにおいて、解答の正誤判定のみならず、誤答原因の特定と学習者への提示は学習支援の質を左右する重要な要素である。本稿では、微分計算問題の誤答データに焦点を当て、AST解析を用いた公式識別に基づき誤答パターンを自動分類する手法を提案する。本手法により誤答プロセスを適切に特定し、学習効果の向上に寄与する指導的助言の提示手法を構築することを目的とする。

キーワード：e-learning, SymPy, AST

1. はじめに

近年の教育現場において、STACK等のCBT(Computer Based Testing)を用いた学習支援が広く普及している¹。これらのシステムは、学習者の解答を即時に自動採点するだけでなく、解答内容に応じたフィードバックを提示することが可能である。さらには学習者がどの工程で躓いているのか、あるいはどのような誤概念を抱いているのかといった「学習プロセス」や「誤答プロセス」を詳細に把握・分類することで、効果的な学習支援を実現することが可能である。本研究では、その一事例として、計算過程の複雑さから多様な誤答が生じやすい微分の計算問題を対象とし、解答データから誤答パターンを自動的に分類する手法の構築を目的とする。具体的には、まず問題内で使用される微分公式を識別するアルゴリズムを開発した。次いで、収集された誤答データに対して目視による手動分類を行い、その知見に基づいて誤答パターンを自動判定するプログラムを作成した。本稿では、これらの手法の概要と、誤答分析によって明らかになった学習者の躓きの傾向について報告する。

2. 微分問題の自動分類手法

2.1 SymPyを用いた数式解析

本研究では各微分公式が用いられる問題を分類するためにPythonの数式処理ライブラリSymPyを利用した。SymPyは数式をAST(Abstract Syntax Tree)として保持しており、各数式は演算子や関数に対応するノード(Mul, Pow, Add等)の階層構造で表現される。本手法では、このノードの種類とその引数(args)の属性を判定条件とすることで、微分公式

を自動識別するアルゴリズムを開発した。

2.2 主要公式の定義

本研究では学習者の躓きが生じやすく、かつ識別ロジックが複雑な積の微分、商の微分、合成関数の微分について定義する。

・積の微分

Mulノードの子ノードに、変数xを含む項が2つ以上存在する構造と定義した。

・商の微分

SymPy内部では除法が「逆数の積」として表現されるため、負の整数を指数に持つPowノードを含む構造を対象とした。

・合成関数の微分

関数ノードの引数が、単純なシンボルxではなく、さらにxを含む部分木を持つ構造と定義した。なお、 $1/\cos x$ 等の分数関数が $(\cos x)^{-1}$ という内部構造を持つが、学習者の直観的な分類と整合させるため、商の微分として優先判定する例外処理を実装している。

2.3 識別精度の検証

提案アルゴリズムの有効性を検証するため、LLMを用いて生成した評価用データセット(計72問)に対し、識別精度の評価を行った。著者の目視による正解ラベルと比較した結果、「積の微分」および「商の微分」において適合率・再現率ともに0.9以上(F値0.96および0.93)の高い精度が得られた。「合成関数の微分」に関しては一部過検出が見られたものの(F値0.84)、後述する誤答分析の基礎データとしては十分な信頼性を有していることを確認した。

3. 誤答パターンの識別と分析

3.1 分析対象データ

本研究では、積の微分公式の適用が必要な以下の3問に対する大学生の誤答データ（計85件）を分析対象とした。

- (I) $y = x \ln x$ （基礎的な2項の積）
- (II) $y = e^x \ln x$ （指数関数を含む積）
- (III) $y = x \ln x \sin x$ （応用的な3項の積）

3.2 3段階フィルタリングによる誤答分類

本研究では、SymPyのAST解析に基づき、以下の3段階のフィルタリングを用いて誤答プロセスを特定するアルゴリズムを構築した。

(1) 構文解析層

$\ln(x)$ や微分記号の誤表記など、数式として解析不能な記述を検出し、数学的誤りの前段階にある入力操作の課題として分類する。

(2) モデル照合層

代表的な誤概念に基づく誤答モデルを内部生成し、学習者の解答と数値的に照合する。具体的には、演算の線形性を過剰適用する「線形性の誤認 ($(fg)' = fg'S$)」や、商の微分公式の分子と混同し符号を誤る「商の微分公式との混同 ($(fg)' = fg - fg'S$)」等のモデルを定義した。

(3) 構造解析層

上記に当てはまらない解答に対し、ASTの頂点ノード（Add/Mul等）を解析する。正答が和（Add）の構造を持つべき箇所でも単項になっている場合などを、計算過程の崩壊による「構造的不一致」として抽出する。

3.3 分析結果

提案手法を適用した結果、全体の正答判定率は約93%であり、高い精度で分類が可能であった。誤答の内訳を表1に示す。

表1 問題ごとの誤答分類結果

問題	n	構造不一致	線形性誤認	商公式混同	計算ミス
I	5	40.0%	0.0%	20.0%	40.0%
II	9	55.6%	44.4%	0.0%	0.0%
III	16	81.2%	12.5%	0.0%	0.0%

分析の結果、以下の2つの顕著な傾向が得られた。一つは構文エラーの多さである。問題Iおよび問題IIにおいて、誤答の6割以上が第1層で構文エラーと判定された。

第二に、3項の積（問題III）において、構文エラーを除く誤答の8割以上が第2層の誤概念モデルには合致せず、第3層の「構造的不一致」に分類された。これらは単純な公式の取り違えではなく、項の欠落や係数ミスを含んでいることが確認された。

3.4 考察

分析結果より、問題が複雑化するにつれ、学習者は特定の誤概念よりも、計算過程における構造的な崩壊が起こりやすいことが示唆された。また今回は構造解析層での詳細な分類ができなかった。今後においては解答がAST構造や、誤答と正答の値の差を比較検討するなどにより、第2層におけるモデルの照合精度を向上させることが課題となる。

3.5 学習支援への応用

本分析では、数学的な誤りの手前にある「構文エラー」が多く見られた。これらを即座に検知し、インターフェースレベルでの修正を促すことで、数学的思考の評価を阻害しない環境を整備することが不可欠である。また、第3層で検知された「構造的不一致」に対しては、正解を教えるのではなく「項数が不足しています」等のメタ認知的なフィードバックを行う機能の実装が期待される。

4. おわりに

4.1 本研究の総括

本研究では、SymPyのAST解析に基づき、構文解析・誤概念モデル照合・構造解析の3段階からなる誤答分類アルゴリズムを提案した。大学生の学習データへの適用実験の結果、初歩的な問題における誤答の大半が数式入力による構文エラーに起因しており、数学的思考以前における障壁が存在していることが明らかとなった。また問題構造が複雑化することで、特定の誤概念よりも、計算過程の崩壊が支配的となり、学習者の認知的負荷が増加していることが明らかとなった。

4.2 今後の展望

今後は、本手法をSTACK等のCBTシステムへ統合し、学習者の解答に対してリアルタイムでフィードバックを行う機能の実現を目標とする。さらにアルゴリズムの改良を進め、より複雑な数式や多様な誤答パターンに対しても適切な支援を提供できる、汎用性の高い学習支援システムの構築に取り組むたい。

参考文献

- ⁱ 中村泰之, 大又有香, 中原敬広: 数式自動採点システム STACK の問題バンク構築にむけて, 2012 PC Conference 論文集, pp.69-72 (2012).