

# 二重三角図による二量間の比例関係の構造化と可視化 Structuring and Visualizing Proportional Relationships between Two Quantities Using Double Triangular Diagrams

天野元貴<sup>\*1</sup>, 平嶋 宗<sup>\*2</sup>

Motoki AMANO<sup>\*1</sup>, Tsukasa HIRASHIMA<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup> 広島大学情報科学部

<sup>\*1</sup>School of Informatics and Data Science, Hiroshima University

<sup>\*2</sup> 広島大学大学院 先進理工系科学研究科

<sup>\*2</sup>Graduate School of Advanced Science and Engineering, Hiroshima University

Email: b212477@hiroshima-u.ac.jp

あらまし：本研究では、二量間の比例関係を統一的・構造的に可視化する二重三角図を用いて、算術平均と調和平均の使い分けに関する説明を行ったところ、事前に比べて理解が深まったことを示唆する結果が得られたので報告する。本調査は大学生 130 名を対象に行ったものであり、二重三角図および連結二重三角図を用いた算術平均と調和平均の使い分けに関する説明課題の自由記述分析の結果、量の基準化ストラテジ (RQ1) と説明の因果連結性 (RQ2) の両方において、事前・事後で有意な向上が認められた (Wilcoxon 符号順位検定, 各  $r \approx 0.47-0.49$ )。二重三角図は、逆関係量の認識と算術・調和平均の使い分け理解を促進する足場かけとして有効であることが示唆された。

キーワード：二重三角図, 算術平均, 調和平均, 比例関係

## 1. はじめに

使い分けはどの量が基準として揃っているかに依存する。分母が一定なら算術平均, 変動すれば調和平均が適用される。例えば「行き時速 4 km、帰り時速 5 km で走った平均時速」は距離が共通で時間が異なるため調和平均となる。同じ状況を「行き 1 km あたり 1/4 時間, 帰り 1/5 時間」とラップタイム (速度の逆数) で表現すれば基準量が距離に統一され算術平均が使える。ラップタイムの算術平均の逆数が速度の調和平均である。また「同じ時間だけ時速 4 km と 5 km で散歩した平均時速」は時間が共通なので算術平均となる。この原理は抵抗の並列合成 ( $1/R=1/R_1+1/R_2$ ) や F 値にも共通する。

使い分け自体は状況固有の手続きとして学習されることが多いが、理由の理解は不十分なことが多い。理由理解には、ラップタイムのような比例定数が対で逆数関係にあることの把握が必要だが、大学生でも逆関係量を自発的に認識できるのは約半数に留まる<sup>(1)</sup>。学習者は  $Y=aX$  を  $X=(1/a)Y$  へ式変形できても、 $(1/a)$  が「意味を持った量」として存在することを認識できていない。本研究では二重三角図がこの認知的乖離を解消し、使い分け理解の足場かけとして機能するかを検証した。

## 2. 二重三角図と連結二重三角図

この課題に対し、二重三角図(図 1)は比例関係を「二つの存在量」と「二つの関係量」のセットとして図式化する。これにより、学習者は逆関係量を「あってもなくても良いもの」ではなく、構造化上必

然的に存在する不可欠な要素として視覚的に認識できるようになる<sup>(1)(2)(3)(4)</sup>。

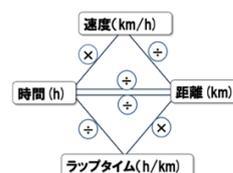


図 1 二重三角図

連結二重三角図(図 2)は、複数の二重三角図が基準量や共通項を介して連結された図式で、平均速度の問題のように「何が足せるか」を可視化し、算術平均と調和平均の使い分けの根拠を与える。

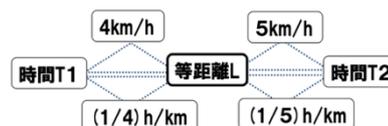


図 2 連結二重三角図

## 3. 実験と分析

先行実験データ (130 名) を分析。事前：説明課題、二重三角図等の説明、事後：同課題・アンケート。自由記述にコード (C1-C10) を付与し、評価した。各振り分け基準は RQ1：どの量を基準に揃えるか、RQ2：因果的に筋道立てて説明できているかである。RQ1 では Lv4=C5 かつ C9：逆数化の理由を因果鎖で説明できれば「使い分けの根拠」を最高水準で理解していると判断できるため。Lv3=C2-C8 または C5/C9 の片方：重み・基準量・逆数などの気づきはあるが「なぜ逆数を用いるか」の理由説明に至らないため。Lv2=C1 のみ：定義式は示すが「なぜそ

の式か」に踏み込まないため、Lv1=C10 または該当なし：説明が成立しないため、RQ2 ではLv4=C5 かつ C9：逆数→平均→戻す の因果鎖で論理を構築できれば説明の因果連結性が最高と判断できるため、Lv3=C5 または C9 の片方：逆数化か因果鎖のいずれかは示せるが完全な連結には至らないため、Lv2=C1-C8 で C5・C9 を含まない：個別の根拠はあるが因果鎖として繋がっていないため、Lv1=説明不成立。複数該当時は最高レベルを採用。

表 1:分析に使用したコード群

コード	名称
C1	定義起点 (総距離÷総時間)
C2	重み (時間の不均等/遅い区間が効く)
C3	比の非加法性 (そのまま足せない)
C4	基準量の同一性(分母がそろおうと足せる)
C5	逆数化(ラップタイム h/km)による基準化
C6	条件分岐ルール(同時間→算術/同距離→調和)
C7	“分母が違う”型(単位・分母の指摘に止まる)
C8	DTD 参照 (図の配置・対応に基づく説明)
C9	連結説明(逆数化→平均→戻す の“因果鎖”)
C10	メタ認知 (理解不足・参照依存)

紙面の都合上、分析結果の図表のみ添付する。RQ1 について Wilcoxon 符号順位検定 (片側) を実施した結果、有意な向上が認められた ( $z=5.55$ ,  $p<.001$ ,  $r=0.49$ ) (図 3)。事前で Lv1 であった 64 名の多くが事後では Lv3 へ移行した (図 4)。Lv4 に至ったのは事後で 8 名 (6.2%) であった。

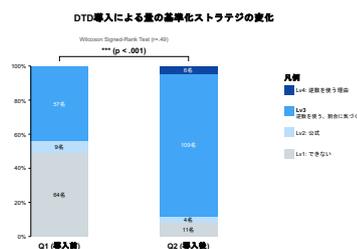


図 3 二重三角図導入による量の基準化ストラテジの変化



図 4 二重三角図導入による量の基準化ストラテジの変化の追跡

RQ2 についても同様に Wilcoxon 符号順位検定 (片側) を実施した結果、有意な向上が認められた。Lv4 に至ったのも事後で 8 名 (6.2%) であった。

表 2 説明の因果連結性の推移

レベル	名称	事前テスト	事後テスト
Lv1	説明不成立	64 名	15 名
Lv2	通常の説明成立	50 名	66 名
Lv3	逆数論理獲得	16 名	41 名
Lv4	連結論理獲得	0 名	8 名

二重三角図の説明により、学習者は「なぜ速度の単純平均ではなく逆数の平均を用いるのか」という量の基準化に関する認識を獲得したと解釈できる。Lv1 から Lv3 への移行が多かったことは、逆関係量の存在への気づきと計算手続きの理解が促進されたことを示す。一方、Lv4 到達者が限定的であった点は、「なぜ逆数を用いるのか」という原理的説明や連結二重三角図における加法の論理的根拠の理解には、より深い足場かけが必要であることを示唆している。

#### 4. おわりに

二重三角図および連結二重三角図の説明により、量の基準化ストラテジと説明の因果連結性の両方に中程度の効果量で有意な向上が認められた。二重三角図は算術平均と調和平均の使い分けを説明する際の学習支援ツールとして有効であることが示された。一方、両観点で最高レベルに到達した学習者は限定的であるため、より高度な理解を促す支援方法の検討が今後の課題である。

#### 参考文献

- 平嶋宗, 林田雄樹, 前田一誠, 岩井健吾, 山元翔: 量間の演算関係を対象とした算数文章題における乗除の統合的理解のための二重三角スキーマ: Worked Example としての知識モデル外在化の試み, 電子情報通信学会技術研究報告. ET, 教育工学, 124.8, pp.24-31 (2024)
- 平嶋宗, 林田雄樹, 前田一誠, 岩井健吾, 山元翔: 二重三角図: 乗除算数文章題の統合的図式の提案とその評価教育システム情報学会誌 42 (4), 381-394, 2025-10-01, 教育システム情報学会
- 平嶋宗, 林田雄樹, 前田一誠, 岩井健吾, 山元翔: 算数文章題乗除の統合的解釈と学習課題化, 教育システム情報学会研究会報告, 38(4), pp.16-23 (2023)
- 平嶋宗, 林田雄樹, 前田一誠, 岩井健吾, 山元翔: 算数文章題場面における演算関係の統合的スキーマ-二重三角図とその授業実践, 電子情報通信学会技術研究報告. ET, 教育工学, 124.81, p.37-44 (2024)