

高等学校積分の回転体の教材作成と実践

Creation and practice of teaching materials for rotators of integrals in high school

高橋 遼^{*1}, 黒田 恭史^{*2}

Ryo TAKAHASHI^{*1}, Yasufumi KURODA^{*2}

^{*1} 京都教育大学大学院連合教職実践研究科

^{*1} Graduate School of Professional Teacher Education, Kyoto University of Education

^{*2} 京都教育大学 教育学部 数学科

^{*2} Department of Mathematics, Faculty of Education, Kyoto University of Education

Email: ki226062@kyokyo-u.ac.jp

あらまし：高等学校の教科書傍用問題集や大学入試において回転体の問題を解く際に、二次曲面は間接的ではあるが扱われているにも関わらず、高等学校の教科書では扱われていない。そこで二次曲面の理解と回転体の問題を解くことを結びつける教材を作成することを考えている。本稿では GeoGebra のワークシート機能を用いて二次曲面を代数的にも幾何的にも理解し回転体を解くための思考力を養うような教材の開発と実施した教育実践について述べる。

キーワード：回転体 二次曲面 Geogebra

1. はじめに

田中(2021)によると ICT 機器の活用事例の報告はあるものの生徒の探究の題材とコンテンツの両方に自由度を持たせた実践事例はほとんど見られないとある。ところで、高等学校学習指導要領解説「数学編 理数編」(2018)では「定積分を利用して、いろいろな曲線で囲まれた図形の面積や立体の体積及び曲線の長さを求めること」を身に付けることができるように指導するとある。現課程では平面上の曲線が数 C の内容であるが図形の面積や立体の体積を求める際には必要となる。特に回転体の問題を考えるときには断面の図形の形が重要である。そこで教科書のような單元ごとに分かれている教材ではなく、回転体を理解するために生徒自らが様々な角度から立体の断面を眺めることができ、どのように積分すれば計算量を減らすことができるのかを考えることができる教材を作成することで、数学が苦手な生徒でも問題を解く際に様々な視点からアプローチができるようになる。本稿では高等学校の「数学Ⅲ 積分法」における回転体の学習において断面図の理解を深める教材の概要と教育実践の流れについて述べる。

2. 研究目的

本研究の目的は、生徒の主体的な活動や、実際に試行錯誤が可能となるワークシートを活用した回転体の教材を作成し、実際に高等学校で実践を行い、教材の有効性を検証することである。

3. 作成した教材

回転体の問題は、教科書傍用の問題集や入試では扱われているにも関わらず、教科書では扱われていないことが苦手意識を持つ生徒を増やす原因だと思

われる。そこで問題を解きつつ図を確認することができる教材を作成することでスムーズに学習を進めることができるのではないかと考え、練習問題を解くことを最終目標とするワークシートを作成した。

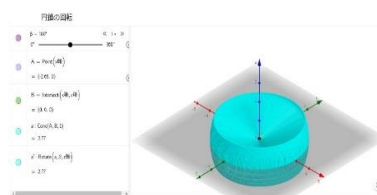


図1 回転体を斜めから見た図

基本的には授業をしてから練習問題を解いてもらうことを想定しているが、自習のみでも対応できるような教材を作成した。問題の順番は教科書の問題とほぼ同じ順番に並べることで教科書を参照しながら解くことができるようにした。さらに、解答と解説では赤字で問題と解くためのポイントをかき、問題の解答は生徒が再現可能な解答を作成することを心掛けた。このような構成にすることで苦手な生徒でも途中でやめずに自習を進めることができる。また、各々の問題には QR コードがついており、読み取ることによって GeoGebra で作成した図を参照することができるようになっている。

4. 教材を用いた教育実践の概要

本研究では2回教育実践を行った。1度目の実践では高校3年生2人、2度目の実践では高校3年生6人を対象とした教育実践を行った。教育実践では二次曲面をx軸、y軸、z軸で切ったときの断面がどのようなものかを把握するための GeoGebra のワークシートを配布し、回転体の体積を求めるために重要なことは立体の断面の把握であるということの理

解を図る. さらに練習問題のワークシートを配布し, 立体を想像することが難しい問題を解いてもらうことで, 重要なことは立体の形を把握することではなく, 断面の把握であるということを理解してもらうことを目的とする. また, 本教材では立体を x 軸, y 軸, z 軸どの軸で切るのかを選択することができ, 立体のパラメータも変更することもできるので生徒自身で条件の設定を行い, 様々な実験を行うことができる. そして回転体の体積を求めるための基本的な考え方を養ったうえで, 初見の問題を解くことで複雑な回転体の体積を求める方法の理解を深めることができる. さらに, 生徒達に問題を解いてもらったあとに, 実際にグラフの概形を見てもらうことで断面の図を求めることの重要性と, 代数的な操作と幾何的な操作どちらも重要であるということの理解を促すことができると考えられる.

5. 教材を用いた教育実践の結果

まず立体を x 軸, y 軸, z 軸のそれぞれで切ったときの断面がどのようなになっているのかを楕円面, 一葉双曲面, 二葉双曲面, 楕円放物面, 双曲放物面, 楕円錐面の6種類について確かめた. その後, 練習問題を実際に解いてもらった. 練習問題は少し難しい問題なので生徒の進捗を確認しつつ, 解法のヒントを与えた. このとき生徒達には断面の形を把握することが重要であるということを強調した. また, 生徒の自由な発想の妨げにならないために極力生徒の解き方を尊重することに注意した. 生徒たちは複数の視点で見た図を描くことや, 求める回転体を数式で表現することができていた. この実践の参加者は2人であったが, 1人は回転軸に垂直に立体を切り, 断面を把握し数式を立て計算をすることができていた. もう1人は回転後の立体を正確に想像しそこから逆算して立体の断面を描き, その断面を, 数式を用いて領域を表現することができていた. しかし, 部分積分のやり方を忘れていたため, 部分積分の計算の仕方については伝えた. その後は2人とも問題を解き進めることができ, 練習問題もその類題も解くことができていた. そして問題を解いてもらった後に感想をきいたり, 授業アンケートに答えてもらった.

2度目の実践は2024年11月13日に行った. この時期は, 高校3年生は受験も近づき, 共通テストの対策などもあり授業を行うことは難しかったので教材の配布を行った. 実践をさせていただくクラスの授業の時間を5分程度いただき教材の使用方法について説明し, その後教材を使用後にアンケートに答えてもらうことをお願いした.

6. おわりに

実践の結果より, 簡単な問題であれば試行錯誤も可能な教材を作成することができたと思われるが生徒が主体的に活動を行う際に複雑な立体を作成することは難しいため, より生徒が自由の使うことがで

きる教材に改良する必要がある. また, 生徒達は1人1台端末が当たり前の環境になっているため教材の配布や使用の仕方はこの形式で進めても問題ないと考えられる.

しかし, 2回目の実践では, 教材を配布してアンケートを答えてもらうという形になってしまったので直接生徒の反応をみるができなかったもので, まだ見つかっていない課題が多くあると考えられる. したがって, これから授業を行う際は本教材を積極的に用い, 生徒からのフィードバックを取り入れより良い教材にしていく必要がある.

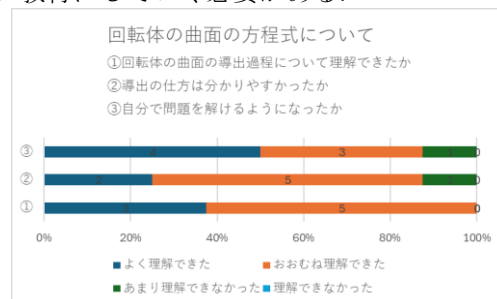


図2 回転体の曲面の方程式についてのアンケートの回答

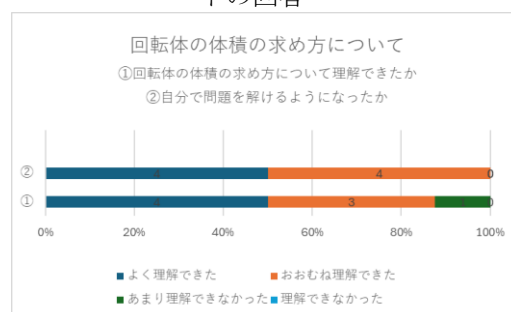


図3 回転体の体積の求め方についてのアンケートの回答

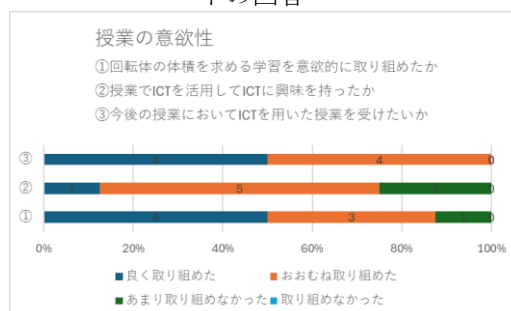


図4 授業の意欲性についてのアンケートの回答

7. 参考文献

- (1) 田中紀子(2021)『高校生の日常における数学的視点—ICTを活用した高校数学の個人探究学習—』
- (2) 文部科学省(2018)『高等学校学習指導要領解説数学編、理数編』
- (3) 白石耕平(2017)『空間図形の性質についての理解を深めるための指導法の工夫—立体の創作活動を通して—』
- (4) 濱口直樹 高遠節夫(2019)『立体モデルおよびタブレット・スライドを併用した空間図形教材の教育効果』