

GeoGebra を活用した図形を視覚的・動的に捉える授業デザイン

Classroom design to capture shapes visually and dynamically using GeoGebra

児玉 弥也^{*1}, 黒田 恭史^{*2}

Hiroya KODAMA^{*1}, Yasufumi KURODA^{*2}

^{*1}京都教育大学大学院連合教職実践研究科

^{*1}Graduate School of Professional Teacher Education, Kyoto University of Education

^{*2}京都教育大学 教育学部 数学科

^{*2}Department of Mathematics, Faculty of Education, Kyoto University of Education

Email: hiroya.ko216@gmail.com

あらまし：本研究の目的は、中学校第1学年における「空間図形」の学習指導に着目し、GeoGebra による3D 模型から様々な図形の性質や特徴を動的・視覚的に捉え、その性質や特徴が正しいことを論理的に考察することで、空間図形への理解を深める授業デザインを作成することである。この目的を達成するために、本稿では、GeoGebra を活用した授業教材を作成し、その教材にどのような効果が期待されるのかを考察した。

キーワード：図形領域, ICT, GeoGebra, 空間図形, 教材開発

1. はじめに

小石沢 (2021) ⁽¹⁾ は、生徒の直観的、感覚的な表現とは、彼らにとっては説明のしやすさのための比喩であったり、数学的な表現が未だ発展途上であるがゆえの表現であったりする。これらの表現は生徒の思考過程で表出した表現である以上、大切に扱いながら数学的な表現に直すだけでも考察を契機となり、その部分が焦点化されることによって新たな概念を生み出すことにもつながるとしている。川寄 (2007) ⁽²⁾ は、「図形概念の指導過程」においては、図形概念のイメージ的表象の理解が言語的表象の理解に先行し、最終的には両者の理解が融合することにより、確かな図形概念が認識されるとしている。

上記を踏まえると、学習者が持つ空間図形に対する直観的、感覚的な理解を論理的に考察していくために、空間図形を様々な視点から観察、操作、実験などをする必要があると考えられる。

2. 研究目的・研究方法

本研究の目的は、中学校数学における空間図形において、様々な図形の性質や特徴を模型から直観的に捉え、その性質や特徴が正しいことを論理的に考察し、空間図形への理解を深める授業デザインを考察することである。空間図形に焦点を当てるのは、空間図形の基礎を中学1年生段階で学習することになっており、これを基盤として、その後の上学年での図形領域の学習が展開されるためである。

また、中学校の空間図形では、直線と平面の位置関係や空間図形を平面の運動によって考察し、体積の求め方を考察することが求められる。しかし、平面の運動や空間図形の奥行きを想像できない学習者にとっては、これらの学習は困難なものとなる。したがって、空間図形を学習する上で、学習者が平

面の移動や新たに学習する空間図形を想像出来ることは重要であると考えられる。

この目的を達成するために、GeoGebra を活用し、学習者が空間図形を視覚的・動的に捉えられる教材を作成していく。

3. GeoGebra について

GeoGebra は、「幾何学、代数学、表計算、グラフ作成、統計学、微積分を1つにまとめた動的な数学ソフト」として紹介されており、オンライン上で使用することが可能なフリーソフトである。GeoGebra で作成した教材はオンライン上で保存・公開することが可能であり、作成した教材を容易に学習者と共有することができる。さらに、他ユーザーによって作成された100万以上を超える数学に関する教材を、無料で使用することができるなど汎用性が高い点も特徴である。

4. 教材作成

空間図形は、平面図形の運動によって構成されたものとみることが出来る。空間図形が平面図形の運動によって構成されたものとして捉えることは、空間図形の体積の求め方を考察する手助けとなる。また、空間図形の性質を見いだすために必要なイメージを学習者に与えることが可能となる。

図1から図3の教材は、中学校数学で扱う三角柱や円錐、回転体について、実際に平面を一定方向に移動させ、空間図形が平面図形の運動によって構成されていることを学習者に理解させるものである。図4は、高等学校以降で扱う空間図形であるが、GeoGebra を用いれば容易に作成可能である。

また、学習者は構成された空間図形をあらゆる視点から自由に観察できるため、各空間図形が持つ性

質や特徴を視覚的に理解し、その後の数学的活動をする上でのイメージを養うことができると考える。特に、柱体の体積が（底面積）と（高さ）の積で求められることを動的なイメージとして捉えさせることができると考える。

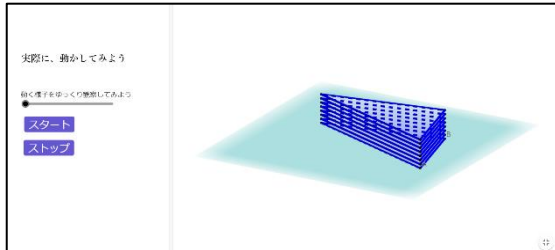


図1 三角柱の構成

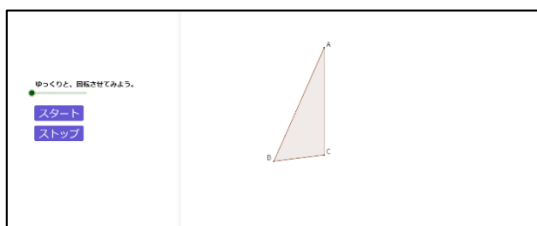


図2 円錐の構成

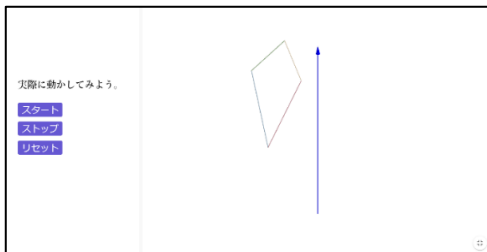


図3 回転体の構成

さらに回転体は、ある一定方向から見たとき、円が現れる。また、回転させる平面図形と回転の軸とが接しない場合、その回転体には空洞が現れる。この特徴は、構成された回転体を上から観察したときに発見できる。図形を様々な視点から観察することは、投影図への導入として活用できる。図4は、学習者が回転させる平面図形を自由に変形させ、それに対応した回転体を作成するものである。回転体に円が現れることや、空洞が現れる理由を考察することに活かすことができる。

具体的には、各学習者が自由に回転体を作成し、それを見せ合う中で、共通点や相違点を発見する。再度回転させる図形の形を変え、発見した事柄の根拠を確かめる。回転体の作成は、困難であるため、学習者の思考をそのまま、形にすることが難しい。しかし、GeoGebra を使うことで、学習者が、直観的に考えたことを、容易に形にすることができ、そこに言葉での理解を付け加えることで、新たな概念の獲得につながると予想される。

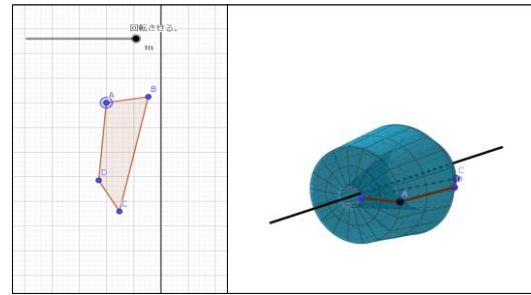


図4 自由に作成できる回転体

5. 考察

GeoGebra を使うことで、模型を拡大・縮小できる点や作成が困難な模型を提示できる点が実物の模型よりも優れていると考えられる。さらに、授業者が作成したものを学習者に共有できるため、授業に参加していない学習者にも図形概念や図形の性質を見いだす上で必要な見方・考え方を与えることができる。空間図形の中には、平面が波のように左右に動きながら一定方向へ動くことで構成されるものもある。中学校で学ぶ空間図形は、高等学校で学ぶ積分的な考え方の素地になるため、平面だけでなく線が移動した軌跡によって構成される図形を取り扱う必要があると考えられる。

6. まとめ

本研究では、GeoGebra を用いて空間図形を視覚的・動的に捉える教材を作成した。GeoGebra を活用し、学習者に面の軌跡を実際に見せることで、立体は面が動いた跡であると理解させることができる。このような活動を実際の模型で再現することは困難である。しかし、GeoGebra 上では、短時間かつ容易に実践できる。そのため、図形の性質の考察に多くの時間を確保できる点が優れており、確かな図形概念の獲得につながると考えられる。今後は、今回作成した教材を用いた授業を実践し、教材の有用性の確認をしていく必要がある。

参考文献

- (1) 小石沢勝之:“空間における二直線の位置関係の指導に関する事例研究”, 日本数学教育学会誌, 第103巻, 第5号 (2021)
- (2) 川寄道広:“図形概念に関する認識論的研究-図形指導の原理を求めて-”, 数学教育論究 (2007)
- (3) 永田潤一郎:“全国学力・学習状況調査の結果に基づく中学校数学科における典型的な誤答の分析～「図形」領域の考察～”, 教育学部紀要, 文教大学教育学部, 第54集 (2020)
- (4) 文部科学省:“中学校学習指導要領 (平成29年告示) 解説・数学編” (2017)
- (5) 辻宏子:“動的幾何環境 GeoGebra における作図活動に関する考察-「点の自由度」の概念に焦点をあてた分類枠組みの提案と検証-”, 科学教育研究, Vol. 43 No. 2 (2019)