

合同証明の構造的アプローチに基づく解決支援システムの 評価実験とその分析

An Evaluation Experiment in an Interactive Environment based on a structural approach of Congruence Proofs

榎山 礼夏*1, 倉山 めぐみ*2

Rena NARAYAMA*1, Megumi KURAYAMA*2

*2 函館工業高等専門学校

*2 National Institute of Technology, Hakodate College

Email: 22709@hakodate.kosen-ac.jp

あらまし: 中学数学の図形証明問題を記述できていない生徒が多いと報告されている。証明を記述するためには証明構造の理解させる必要があると考えている。そこで、仮定や結論、条件が書かれた単文カードを取捨選択し、並べる事で問題に対して証明を作り、正誤判定をする証明問題解決支援システムを設計開発している。高専1年生を対象にした評価実験では、実際に証明構造に関する知識の変化があり、理解を効果的に支援できることが示された。

キーワード: 三角形の合同証明, 証明の構造, 情報過不足テスト, 評価実験

1. はじめに

論理的思考力に注目し、身に着ける方法の一つとして、図形の証明問題を取り上げた。中学数学の数学的表現をする記述問題について、先行研究(1)では、正答を導きだしているが数学的に表現ができない生徒がいる事とある。先行研究(2)では、生徒の18%は不正解の記述、42%は何も記述が出来ないとある。このことから、大半の生徒は証明問題の解答が難しいと考えられる。理由として、証明構造を理解できないため、仮定や条件、結論からなる証明構造の理解が必要である。そこで、証明問題解決支援システムを開発している。先行研究(3)では、問題スキーマテストの情報過不足テストをシステム化、評価実験を高専5年生11人に実施した。成果として、支援システムにより証明構造の理解を効果的に支援できているが、証明問題を苦手とする学習者には効果的ではないとある。しかし、対象人数が少なく利用状況の傾向が見られない事、年齢が支援システムのターゲットと離れている事から分析に課題が残っている。

本研究では、高専1年生に対し、証明問題解決支援システムが学習者にどのような影響を与えているのかについて調査を行い、情報過不足テストを証明問題解決支援システムの前後に実施し、結果の分析について報告する。

2. 証明構造と証明問題解決支援システム

証明問題に対して、証明文と証明構造をノードと線でモデル化したものを図1に示し、比較した。仮定や条件、結論を抽出したノードで証明構造を視覚的に表現する事ができる。このノード部分を解答欄にした支援システムの実行画面を図2に示す。学習者は、ランダム配置されたカード群からマウス操作で移動選択し、空欄を埋め、証明構造と具体的な証明文を関連付けながら学習する。解答ボタンを選択すると、システムは学習者にマークと文章でフィー

ドバックをする。不正解の場合は、正解になるまでリトライでき、正解した場合に、次の問題に進むことができる。

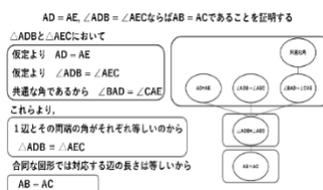


図1 証明構造

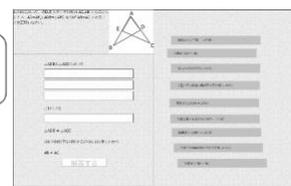


図2 学習画面

3. 評価実験

3.1 実験目的や手順

本評価実験の目的は、証明問題解決支援システムが学習者の理解度、特に問題の証明構造の理解にどのような変化があったかについての調査である。

評価実験の対象者として、すでに中学数学の証明を理解していると考えられる高専1年生102名とした。実験の手順は、最初に全6問の証明問題に関する情報過不足テストをプレテストとして実施し、証明問題解決支援システムを20分間利用してもらった。その後、システム利用前に実施した情報過不足テストをポストテストとして実施した。

3.2 情報過不足テスト

このシステムは、3つの仮定と1つの条件を用い、1つの結論を導く三角形の合同証明について評価が可能な全6問を設定し、解答時間と答えを記録する。学習者は証明文に間違いまたは過不足な情報があるかを推論し、○×で解答するため、学習者が証明文を正確であるか否か判断できるかをテストできる。

表2 プレテスト下位8名の
システム利用状況との比較

学習者	正解率		平均解答時間(秒)		解決支援システムの利用状況		
	before	after	before	after	解答数	正解率	到達率
1	33%	67%	41.50	31.00	25	20%	56%
2	50%	83%	37.00	17.33	8	50%	44%
3	33%	33%	8.83	52.00	11	36%	44%
4	50%	50%	23.50	10.17	15	40%	67%
5	50%	67%	32.50	22.67	6	100%	67%
6	33%	33%	32.83	24.33	9	56%	56%
7	50%	100%	59.33	58.67	5	80%	44%
8	50%	100%	32.50	36.17	7	86%	67%

表3 解決支援システム
の各問題の利用状況

問題	解答回数	正解数	正解率	解答回数/人
1	154	111	109%	1.51
2	172	108	106%	1.69
3	134	103	101%	1.31
4	313	85	83%	3.07
5	154	60	59%	1.51
6	42	33	32%	0.41
7	31	21	21%	0.30
8	17	4	4%	0.17
9	4	1	1%	0.04

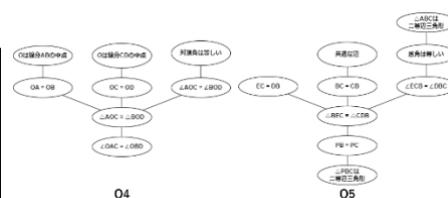


図3 証明構造の比較

4. 結果と考察

4.1 プレテストの比較

プレテストの各問題の正解率と解答時間を表1に示す。支援システム利用後の正解率が上がっており、全問題の平均解答時間は利用前後で短くなっている。しかし、正解時の平均解答時間は20秒を下回る問題はない。平均解答時間の変化を有意水準5%でt検定をした時、有意な差が得られた。結果により、システム利用を通して証明文の正誤判定を素早くでき、証明構造に関する知識を理解できたと考える。また、平均解答時間が20秒を下回らない原因は、証明文の正誤判定をする時の確認ポイントが多いため、正誤判定を導くまでに解答時間がある程度かかる事が考える。

プレテストの結果が下位8名に対して、各システムの利用状況の比較を表2に示す。この8名においても、ポストテストの解答時間が短くなっている。また、学習者を2つに分けることが可能である。グループ1は、支援システムの問題にトライアンドエラーする中で、証明構造に関する知識を理解できたため、平均解答時間の短縮や支援システム利用後の正解率が向上したと考える。2つ目のグループは、問題に対して時間をかけ思考する学習者であると考え。この傾向をより分析するには、支援システムの各問題の解答時間と解答中に選択した単文カードのログを記録し、比較が必要であると推測する。

4.2 証明問題解決支援システムの利用状況

全体利用回数は1023回、平均10.03回である。このため、多くの学習者は利用時間20分間に、システムを何度も利用して証明問題を解く反復作業が十分に可能であったと考えられる。

解答数に対して、正解数が少ない問題4と問題5について分析した。問題4の解答数が5回以上である学習者が、不正解時に選択した合同条件や性質のカードの傾向を分析した。カードには「2種類の三角形の合同条件」、「直角三角形の性質」3つのパターンが見られた。共通点として、問題文中に明記されておらず、ある情報から推察して仮定を立てる際、学習者は直感的に図から得た根拠のない情報を基に、利用したい条件に当てはまるような仮定を立ててい

ることである。このことから、問題を読み理解していないため、仮定としては述べられない条件を使用している学習者が多いことがわかった。また、仮定となる情報、合同条件や性質の知識はあるが、問題に適した「3つの仮定や条件から1つの結論を導く構造」に、相当する組み合わせを理解できず、カード群から取捨選択できないため、正しい仮定や条件を選べない傾向があるとわかった。問題5の解答数が5回以上である学習者が、不正解時に選択した合同条件や性質のカードの傾向を分析した。カードの傾向は「底角が等しいから」のパターンが多いが、対応する仮定に選択されたカードにはまとまりがない。問題4と5の証明構造の比較を図3に示す。問題4は問題や図から読み取れる仮定で成り立っているが、問題5は二等辺三角形の性質や $\triangle PBC$ を証明するために、必要な仮定を読み取れる情報から取捨選択する必要がある。つまり、問題5は証明構造が複雑なため、正解率が低く仮定カード傾向にまとまりがないと考える。

5. まとめ

解答時間を速くなり、証明構造を素早く理解できているといえる結果であった。先行研究(3)に対して、証明問題を苦手とする学習者については効果がない結果であったが、本研究では、2つの傾向が見られたが、どちらも効果があった。このことから、支援システムは証明構造に関する知識の理解を、効果的に支援できる事が示唆された。今後の展望として、支援システムの解答時間や解答中の選択したカードのログの記録機能を加え、中学生に対して評価実験を実施する予定である。

参考文献

- (1) 清水宏幸, “全国学主力・学習状況調査の結果にみる中学校数学科の指導上の課題—記述式問題に焦点を当てて—” 日本数学教育学会誌, 第94巻, 第9号, pp.38-41, 2012
- (2) 牧野智彦, “中学2年生による証明の記述に関する研究: 記述された証明の分析を通して,” 日本科学教育学会研究会研究報告, 第19巻, 第6号, pp.29-34, 2005
- (3) 倉山めぐみ, “中学数学の図形証明における情報過不足テストの試案” 電子情報通信学会, ET2022-76, pp.109-112, 2023