

# 証明問題解決支援システムにおける証明ネットワークの作成

## Development of Proof Question Network in Interactive Environment of Proof Questions

島本 啓太<sup>\*1</sup>, 倉山 めぐみ<sup>\*1</sup>  
Keita SIMAMOTO<sup>\*1</sup>, Megumi KURAYAMA<sup>\*1</sup>  
<sup>\*1</sup>函館工業高等専門学校

<sup>\*1</sup>National Institute of Technology, Hakodate College  
Email: 15095@hakodate.kosen-ac.jp

**あらまし**：近年注目されている論理的思考力を養成する1つの方法として、証明問題の解決がある。そこで、証明問題の解決を支援するシステムの開発を行っている。本システムでは、仮定と結論、条件などが書かれたカードを用いて、学習者が証明問題を構成し、システムが正誤に関するフィードバックを行っている。このカード群の中には、正解に必要なカードと必要でないカード（ダミーカード）がある。本研究では、ダミーカードの自動生成を行うために、証明問題における証明問題ネットワークを作成した。

**キーワード**：論理的思考力、証明問題、証明問題ネットワーク、カード選択方式

### 1. はじめに

近年、論理的思考力が注目されている<sup>(1)</sup>。論理的思考力を育成するものとして、プレゼンテーションや作文などがあげられるが、その中に証明問題の解決もあげられる。証明問題は、プレゼンテーションや作文とは異なり、与えられた問題に対して既に分かっている事柄（仮定や条件）から分かりたい事柄（結論）を導くものであり、仮定、条件、結論などが既に与えられているのである。分かっていることから分かりたいことを論理的に順序立てて考えることができることから、他の方法に比べ、論理的思考力を育成しやすいと考えられている。

この考えを基に、カード選択方式を用いた証明問題解決支援システムが開発されている<sup>(2)</sup>。すでに開発されたシステムでは、仮定と結論、条件などが書かれたカードを用いて、学習者が証明問題を構成し、システムが正誤に関するフィードバックを行っている。この証明に使用されるカードセットは、正解に必要なカードと正解に必要なでないカード（ダミーカード）で構成されている。正解カードとダミーカード生成法はすでに提案されている<sup>(3)(4)</sup>が、用意されているダミーカードは学習者が解答するうえで妥当なものであるかどうかまでは、検討されていない。そのため、システムが用意したダミーカードについて、その妥当性等については教師の確認が必要となる。

本研究では、教師の確認を必要としないダミーカードの自動生成を行うために、証明問題における証明ネットワークの構築を行った。また、ネットワークの構築ため、証明問題の収集とそれらの解析、特に問題に付属している図形についての解析を行った。

### 2. 既存のシステム

カード選択方式を用いた証明問題解決支援システム<sup>(2)</sup>の実行画面を図1に示す。システムが起動するとまず学習者は表示された問題文を読み、ランダム

に配置されたカード群からカードを取捨選択し、ドラッグアンドドロップで移動させて当てはめていく。空欄を全て埋めて解答ボタンを押すと、システムは正誤判定を行い、学習者にメッセージを表示する。その後、正解の場合は次の問題へボタンか終了ボタンを選択でき、次の問題へボタンを押すと次の問題を表示し先に述べた順序で学習者は問題を解いていく。終了ボタンを押すとシステムは終了する。不正解の場合は元の問題へボタンより、カードを選択する画面へ戻る。本システムで利用しているカードは、仮定カード、条件カード、合同カード、結論カードの4種類である。仮定カードには等しい角や辺が結論部分とそれを証明する仮定部分に分かれている。ダミーカードの生成法は正解カードから仮定部分に変更されている「仮定の変更」、結論部分に変更されている「結論の変更」、仮定と結論が変更されている「仮定と結論の変更」の3つに分類されている。条件カードは、各合同の条件が書かれたカードである。合同カードは、2つの三角形の合同が書かれている。結論カードは、証明問題で証明すべき事柄とその事柄を導くための条件が書かれたカードである<sup>(4)</sup>。また、本システムはweb上で利用できるようにし、学習者が学習できているかについての利用実験についても行っている<sup>(5)(6)</sup>。

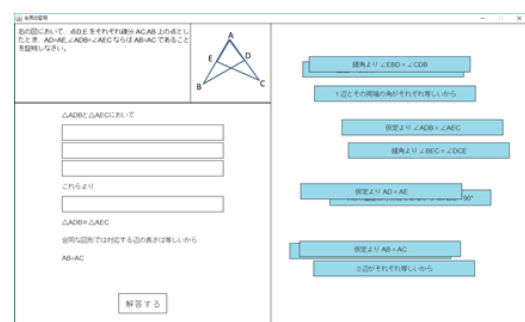


図1 既存のシステムの問題画面

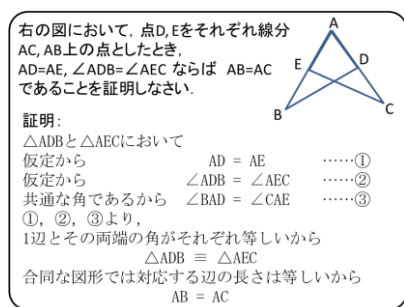


図2 証明問題の例

### 3. 証明問題ネットワーク

#### 3.1 取り扱う証明問題

図2のように中学数学の証明問題は、図形と仮定や条件、結論が書かれた問題文が与えられており、それらを使って証明する。システムでは図2に示す証明の各行を1つのカード(例: 仮定より  $AD=AE$ )として用意している。本研究では、三角形や平行四辺形の証明問題を取り扱っている。

本研究で作成する証明ネットワークは、中学数学の証明問題の中で図形に着目し、図形と図形の間が存在する特徴を表現する。証明ネットワークを作成し、近傍の証明問題の正解カードをダミーカードとして生成すると4種類のダミーカードを一括に生成できかつ解答者を混乱させるダミーカードが生成されることが期待できる。

#### 3.2 構築手法

証明ネットワークのノードには図1や図2の図形のような証明問題で扱っている図形やリンクを貼る条件を満たすためだけに生成された図形が記述され、リンクを貼るための条件は以下のとおりである。

- ① 図形の辺を1本追加・削除
- ② 図形の点を1つ追加・削除
- ③ 図形の角度の変更

3つの条件のうち1つでも満たすことができるとリンクを貼ることができる。ここで、リンクを貼る条件について説明する。①において図3では、平行四辺形ABCD(図3左)にBとDを結ぶ線(辺BD)を追加することでリンクを貼ることができ、右の図形へ遷移する。②について図4より、辺AB上の点D、辺AC上の点Eを削除していく右に遷移されていく。③について図5では、一本の辺の角度を変更したことで図形に変化が起きていることがわかる。

一方で、条件に当てはまらない例外的なリンクの貼り方も存在している。例外処理をしない場合の証明ネットワークを考えると、2つのノードの間には問題なしとして扱うノードが多く生成され、証明ネットワークが複雑になってしまうので例外処理として扱うことが適切だと考えられる。

作成した証明ネットワークでは、現在71個のノードが組み込まれた。71個のノード内訳は以下のとおりである。

- ① 証明問題で扱われている図形：35個
- ② 問題なしとして扱う図形：36個

また、例外処理“距離4として扱う”としてリンクを貼ったものは3回使用した。



図3 図形の辺を1本追加・削除の例



図4 図形の点を1つ追加・削除の例

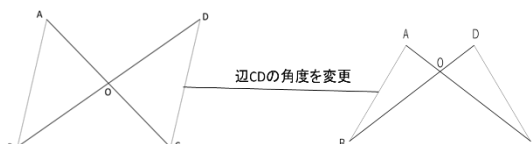


図5 図形の角度の変更

### 4. まとめ

本研究では、証明問題解決支援システムにおいて、ダミーカード自動生成のための証明ネットワークの作成をおこなった。リンクを貼る条件を用いてノードをつなぎ合わせる作業を行い、71個のノードが証明問題ネットワークに組み込まれ図形と図形の間が存在する特徴を表現することに成功した。

今後の課題として、証明ネットワークの拡張(主に証明問題で扱われている図形の増加)、ダミーカードの自動生成法の考案、システムへの実装などが挙げられる。

#### 謝辞

本研究の一部は科研費(15K16109)および公益財団法人マツダ財団助成金を受けて行われた。

#### 参考文献

- (1) 清水宏幸, 全国学力・学習状況調査の結果にみる中学校数学科の指導上の課題—記述式問題に焦点を当てて—, 日本数学教育学会誌, 第94巻, 第9号, pp. 38-41 (2012)
- (2) Megumi Kurayama, “Developing a Geometric Proof Problem-Solving Support System Utilizing Card Selection”, Proc. of ICCE2017, pp.110-112 (2017)
- (3) 金沢 萌実, 倉山めぐみ, “証明問題解決支援システムにおけるカード群の自動生成—正解カードと証明文の生成—”, 教育システム情報学会 2017年度学生発表会, pp.13-14 (2018)
- (4) 倉山めぐみ, 渋谷勇氣, “証明問題解決支援システムにおけるダミーカードの生成法の一提案”, 人工知能学会先進的学習科学と工学研究会資料(SIG-ALST-B803), pp.55-58 (2019)
- (5) 吉原直輝, 松下将也, 倉山めぐみ, “中学数学の図形における証明問題解決支援システムの提案”, 教育システム情報学会 2018年度学生発表会, pp.5-6, (2019)
- (6) 倉山めぐみ, “単文カードを用いた証明問題解決支援システムの開発”, 電子情報通信学会教育工学研究会, 2020年3月発表予定