

# 数学証明学習を支援する 原文との対応付け機能付き論理構造図式化アプリケーション

## Web-based Application Assisting to Diagrammatize Logical Structure of Mathematical Proofs with Correspondence

田中 孝治<sup>\*1</sup>, 宮崎 佳典<sup>\*2</sup>  
Koji TANAKA<sup>\*1</sup>, Yoshinori MIYAZAKI<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup> 静岡大学大学院 総合科学技術研究科

<sup>\*1</sup> Graduate School of Integrated Science and Technology, Shizuoka University

<sup>\*2</sup> 静岡大学学術院 情報学領域

<sup>\*2</sup> College of Informatics, Shizuoka University

Email: tanaka.koji.16@shizuoka.ac.jp

**あらまし**：本研究では数学証明の学習に着目し、推論過程の学習を促進するための Web アプリケーション開発を行っている。先行研究では、自然言語で記述された数学証明の論理構造をフローチャート様の論理構造図で表現するための規則及び作図ツールが開発された。本発表では、論理構造図を用いた理解を自然言語で記述された数学証明の理解へ転移させることを志向し、原文と論理構造図で表現された証明中の各命題同士の対応関係を提示するための教材作成、提示用アプリケーションを開発、その効果を検証する。  
**キーワード**：e-ラーニング、数学教育、論理構造、GUI アプリケーション

### 1. はじめに

学校数学における証明の学習に困難を抱える学習者は多い。平成 30 年度の全国学力・学習状況調査報告書<sup>(1)</sup>では、問題の条件を変更・追加した時に証明の過程や結果がどう変化するかを正しく理解し、記述する能力の必要性について触れられている。また数学証明学習の指導について、園田ら<sup>(2)</sup>は三段論法をはじめとする推論のしくみについて理解させることの重要性に言及し、辻山<sup>(3)</sup>は、仮定から結論へ至るプロセスを学習することの意義や方法について述べている。(1)~(3)は、証明中の各命題同士の関係、すなわち証明の論理構造に関する学習を支援することの重要性を説いていると言えよう。これに対し、先行研究ではこれを明示し、学習者の理解を補助するために、自然言語で記述された証明の論理構造を図式化する体系が提案され<sup>(4)</sup>、その有用性が実験によって確認された。

本研究では(4)の体系に従って証明を図式化し、提示するための Web アプリケーション開発を進めている。(5)では教員が GUI 上で教材作成を行うためのオーサリングツールが開発され、実験によりその利便性が確認された。本発表では、証明を図式化したもの（以下、論理構造図とする）による理解を自然言語で記述された証明（以下、原文とする）による理解へ転移させることを志向した機能開発を行う。そこで、今回は Google 翻訳<sup>(6)</sup>のインタフェースや、川村<sup>(7)</sup>の辞書ツールに見られるような原文と翻訳・解説を単語や小節の単位で対比できる機能を参考に、論理構造図と原文を並べて提示し、内包される命題同士の対応関係を明示するための機能を開発する。さらに、その効果を検証するための実験も実施する。

### 2. 証明図式化体系の概要

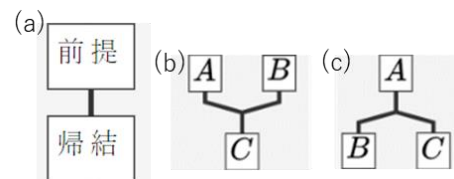


図 1 証明図式化体系の規則

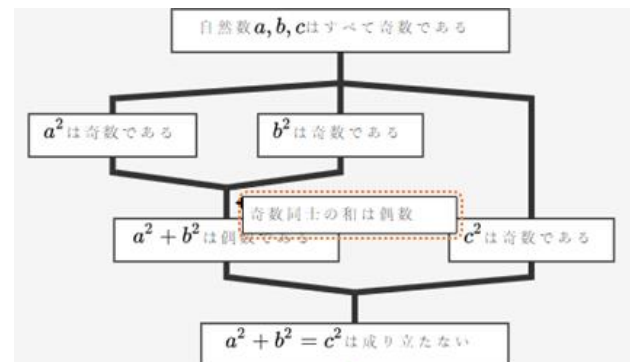


図 2 図式化した証明の例

ここでは、(4)による証明図式化体系について説明する。体系において、証明中の各命題は矩形に囲まれて示され、証明の構造は矩形同士を線分で結び、上から下への命題の列を作ることによって表現する。線分は推論を意味し、線分にラベル付けを行うことで、推論の根拠を記述することができる。図 1(a)図のように、ある命題に対して上方向に位置する命題が前提、下方向にある命題が帰結を表す。

この体系では前提となる命題群がすべて真であるときに、帰結となる命題が真となる関係にある。これにより、複数の前提から 1 つの帰結を導く構造や、

1 つの前提から複数の帰結を導く構造を表現することができる。例えば、ある命題 A, B, C について「A かつ B ならば C である」という構造は図 1(b)図のように表現することができる。また同様に「A ならば B と C が成り立つ」という構造は図 1(c)図のように表現することができる。この体系に従って、「自然数  $a, b, c$  がすべて奇数であるとき、 $a^2 + b^2 = c^2$  は成り立たない」という証明を図式化すると図 2 のようになる。図中の点線で囲んだ部分は推論根拠をラベル付けしたものである。

### 3. 原文との対応付け機能

今回開発した、原文と論理構造図を並べて提示し、そこに含まれる命題同士の対応関係を明示するための機能について本節で説明する。この「対応関係の明示」とは、原文と論理構造図の双方に共通して存在する命題について、一方を指定することによって、もう一方もハイライトすることを意味する。

#### 3.1 対応付け表示機能

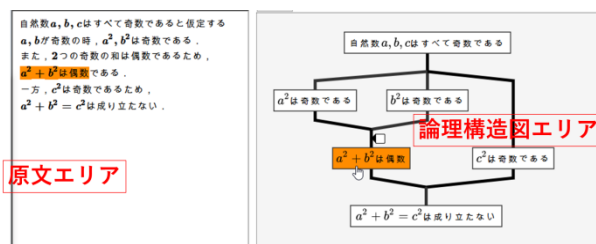


図 3 原文と論理構造図の提示画面

学習者が提示された原文と論理構造図の各命題が持つ対応関係を明示的に参照するための機能について説明する。図 3 は図 2 の論理構造図とその原文とが並べて提示されている画面である。左ペインが原文を提示する原文エリア、右ペインが論理構造図を提示する論理構造図エリアである。同画面上にて対応付けされている命題にマウスオーバーすると、図 3 中の命題「 $a^2 + b^2$  は偶数」のように、原文と論理構造図の当該命題がオレンジ色にハイライトされる。

#### 3.2 対応付け設定機能

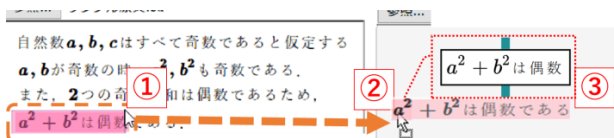


図 4 原文との対応関係を持つ命題の作成手順

ここでは、教員が教材作成を行う段階において、原文と論理構造図に対応関係を持たせるための機能について説明する。対応付けは図 4 に示すような手順によって、原文から論理構造図に向けて命題ごとに行う。まず、原文エリア内の原文に対し矩形選択を行う（図 4 の①）。続いて選択した箇所をドラッグ

し、論理構造図エリア上にドロップする（図 4 の②）ことで、対応関係を紐づけられた命題矩形が作成される（図 4 の③）。

### 4. 実験

開発した原文と論理構造図の対応付け表示機能によって、学習者がその対応関係を意識、活用した学習ができるかを検証するために比較実験を実施した。某大学の 1 年次用数学基礎科目（2018 年度）を履修する学生 24 名を対象とし、原文と論理構造図を画面に提示した上で、対応付け表示機能の使用を許可する／しない群に履修学生を二分した。実験では、例題となる証明の原文及び論理構造図を提示したのち、与えられた類題に対し、解答となる証明の原文を穴埋めさせた。実験の冒頭に、(4)の体系について実験協力者に説明し、例題中のある 2 つの命題から得られる帰結（命題）を問う問題や、ある命題から導かれる帰結（命題）の数を問うことにより、論理構造図に対する理解度を確認した。本実験は実験協力者各人の PC および Web ブラウザを用いて行い、解答内容、解答時間及び、命題へのマウスオーバーなど、解答中のアプリケーション使用ログを収集するとともに、最後に事後アンケートを行った。本実験の結果ならびに分析については、発表当日に詳述する。

### 5. まとめ

本稿では、(5)で開発された数学証明学習支援のためのアプリケーションに対し、新たに追加した原文と論理構造図の対応付け機能について述べた。今後は、作図用オーサリングツールに追加した機能のユーザビリティを検証し、改善を行うとともに、学習者向けの論理構造図を見ることに特化したアプリケーションを開発し、論理構造図自体を用いた論理構造への理解や、それを原文へ転移させることをより一層支援する方法について検討してゆく所存である。

#### 参考文献

- (1) 国立教育政策研究所：“平成 30 年度 全国学力・学習状況調査 報告書【中学校／数学】”，(2018)
- (2) 園田博人, 竹下知行, 熊倉啓之：“数学的に推論する力を養う指導に関する研究”，静岡大学教育実践総合センター紀要, 11, pp.39-54 (2005)
- (3) 辻山洋介：“学校数学における証明の構想の過程--argumentation を視点として”，筑波大学教育学系論集, vol.35, pp.41-53 (2011)
- (4) 渡部孝幸, 宮崎佳典, 林佳樹：“導出規則に着目した証明視覚化・式変形支援システムの提案”，京都大学数理解析研究所講究録, 第 1865 巻, pp.137-145 (2013)
- (5) 田中孝治, 宮崎佳典：“数学教育における証明学習のための論理構造図式化 GUI アプリケーション”，日本 e-Learning 学会誌, 第 18 号, pp.7-18 (2018)
- (6) Google：“google 翻訳”，<https://translate.google.co.jp/> (2019 年 2 月 4 日参照)
- (7) 川村よし子：“初級中級日本語学習者用の辞書ツールの開発”，第 7 回ヨーロッパ日本語教育シンポジウム (2002)