

現実事象と関数関係の接続を意識した数学教材の開発と実践 —関数グラフ電卓の活用を通じて—

Ensuring the Connection of the Real World and Functions —By the Use of a Function Graphing Calculator—

谷 陽良^{*1}, 黒田 恭史^{*2}, 柳本 哲^{*3}

Akira TANI^{*1}, Yasufumi KURODA^{*2}, Akira YANAGIMOTO^{*3}

^{*1}京都教育大学 大学院教育学研究科 教科教育専攻,

^{*2,3}京都教育大学 教育学部

^{*1}Graduate School of Education, Kyoto University of Education,

^{*2,3}Faculty of Education, Kyoto University of Education

Email: din55033@kyokyo-u.ac.jp

あらまし：関数指導の重点は、現実事象に存在する数量関係を考察し、それらの諸関係を様々な表現法で示し、本質的な意味の理解を深めていくことである。しかし、その実際は式表現とグラフの読み書きに重きが置かれ、中学校では現実事象を関数の視点から捉える指導が十分に行われているとは言い難い。そこで本稿では、現実事象と関数の接続を円滑に行うために、実験活動と関数グラフ電卓を導入した数学教材を開発し、中学校1年生を対象に教育実践を行い、その有効性を検証する。

キーワード：中学校数学科、現実事象、関数関係、関数グラフ電卓

1. はじめに

小学校算数科においては、「数量関係」領域の中の1つとして関数があり、低学年から体系的に指導がなされている。そして、中学校1年生ではこれまでインフォーマルに扱ってきた関数の考え方を明確に関数として定義づけ、その意味理解の指導を行う。そこで重要となることは、比例や反比例の式を求める計算やそれらのグラフ描画だけでなく、もともと変数が表していた数量を意識して現実事象を考察することである⁽¹⁾。この点を踏まえ、現実事象と関数関係の接続を学習者が意識できるような教育内容を設定するためには、次の2点が必要と考える。

- ・伴って変わる2つの数量を発見・抽出しやすいような学習活動を踏まえた現実事象の設定
- ・関数の定義・特徴の理解促進を目指し、表やグラフの表現法を活用すること

現実事象から抽出できる数量は抽象度が高く、単に教師から一方的に教授され、問題を解くだけでは、関数関係を捉えることができるようにはならない。学習者自らが実際に現実事象に触れ、そこに存在する数量の変化や対応のようすを検証することで育成されるものである。ここでは、水を温めて冷やすという日常的に経験しやすい現実事象を設定し、実験器具を用いて時間や温度を精密に計測する実験活動をさせながら、2つの数量の関数関係を捉えさせる。

ところで、現実事象から2つの数量を抽出し、その変化や対応のようすを考察するには、一般的に表やグラフの表現法が活用することが必要となる。ここでは、単に実験活動で変化する時間や温度を体感するだけでなく、それらを表やグラフにまとめ、2つの数量関係を精査・考察する場面を設定する。なお、表からグラフ化する際は、手作業に比べてより厳密な描画が可能となるように、関数グラフ電卓を授業

内に導入し、表示したグラフから2つの数量間の変化や対応のようすを考察させる。

以上2点の教育内容を統合的に組合せることによって、中学校1年生の関数教育が充実すると考える。本稿では、これらに基づいた関数の数学教材を開発し、中学校1年生の生徒を対象に教育実践を行い、本教材の有効性を検証する。

2. 教育実践と教育効果の検証

2.1 教育実践の概要

対象：京都府内公立中学校、1年生、4クラス 計138名

日時：全4時間、2017年10月10日～18日
各指定授業日時・時間

内容：中学校数学「関数関係の意味」(全4時間)

2.2 教育実践の授業構成(図1)

[1時間目]

関数関係を見出す前段階として、ここでは水を温めて冷やすという現実事象を設定し、各班で役割分担させながら、実験器具を用いて厳密に時間と温度を計測させた。加熱器具は、各班の温度上昇が大幅に異なることを防ぐため、セラミックヒーターと呼ばれる電気で物体を温めるヒーターを使用し、これをビーカーに挿入して水を



図1 教育実践の授業構成

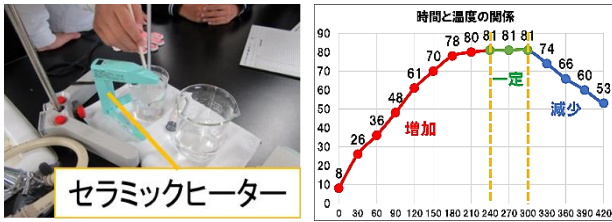


図2 使用した実験器具 図3 実験のグラフ

温めさせた(図2). 30秒間隔で温度を測らせ、80°Cほどまで温度上昇が見られたら(温度増加), 2分間発熱を続け(温度一定), その後セラミックヒーターを抜いて、ビーカーを冷却させた(温度減少). これらの過程で観察した「時間」と「温度」を表に記録させ、現実事象に潜む2つの数量の存在を気づかせた. そして、表の数値をグラフ化する際に、実験データをより厳密に表示するために関数グラフ電卓を活用させた. この活動を通じて、生徒には現実事象から抽出した2つの数量の関係は、表やグラフで表現することができることを理解させた.

[2時間目]

前時の実験活動を振り返り、時間と温度の数量にどのような関係が見られるかを学習した. まず、実験で得られたグラフを時間ごとに区切り、それぞれの範囲で見られる温度の増加・一定・減少の状態を考察した<変化>. 次に、グラフのx・y軸に着目しながら、それぞれの時間で温度がただ1つに決まることを確認させた(例: 加熱した時間が60秒の時、温度は36°Cである)<対応>. この学習を通じて、現実事象に潜む2つの数量を抽出し、それらをグラフ化することによって、変化や対応の関係が見られることに気付かせた(図3). そして、1・2時間目を通じて、変化や対応(関数)を考察するには、「現実事象」→「数量の抽出」→「表・グラフの表現法」のように系統的に思考する必要があることを理解させた.

[3時間目]

最初に、2時間目で考察した変化と対応のようすをもとに、関数の意味を指導した. その際、実験で得たグラフ、比例や反比例のグラフを考察させ、既習のグラフが関数であることに気付かせた. 次に、他のどの現実事象でも関数が成立するのかどうかを考えさせた. ここでは、関数ではない現実事象を生徒に提示し、そこに潜むxとyの数量を表に整理させ、関数グラフ電卓によるグラフ描画を通じてその事実を確認させた(図4).

[4時間目]

これまでの学習の総括として、2つの数量間の変化と対応の関係を考察する演習問題を行い、より現実事象から関数関係の見方が習熟できるようにした. 現実事象を考察する中で、それらに存在するxとyの数量を入れ替えることにより、グラフや関数関係が変容することに気付かせた. この学習を通じて現実事象をグラフ化する際は、何をxとし、yとするかを精査する必要があることを理解させた.

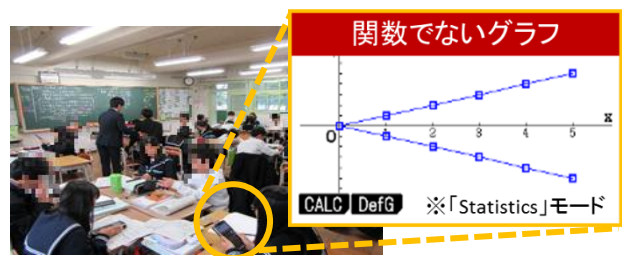


図4 授業でのICT活用場面(左図)

関数グラフ電卓の表示画面(右図)

2.3 教育実践の効果検証

全4時間を終えた後に、現実事象を関数として捉えることができているかを検証するために認識調査を計131名に行った. 認識調査では現実事象の問題文を読み、それに対応した(線か点の)グラフを2つの中から1つ選択できるかという問題を4問出題した(事前と事後で問題内容は異なる). この問題は教育実践前にも調査を行ったが、教育実践後は全ての小問の正答率が向上しており、現実事象(問題文)を読み取り、そこに存在する2つの数量からどのような関数関係が成立するかを吟味することができるようになったと言える(図5). 特に、小問(2)と(3)については、大幅に正答率が向上していることが分かる. 一般的に現行の教科書では、小問(1)や(4)のように「線」のグラフが指導されている場面が多いため、その認識は低くないと考えられる. しかし、それだけでなく下記の小問(2), (3)の実践前後の変化率より、現実事象の内容をよく理解し、関数が必ず線のグラフになるという考えに捉われず、正確にグラフの選択ができるようになったと言える.

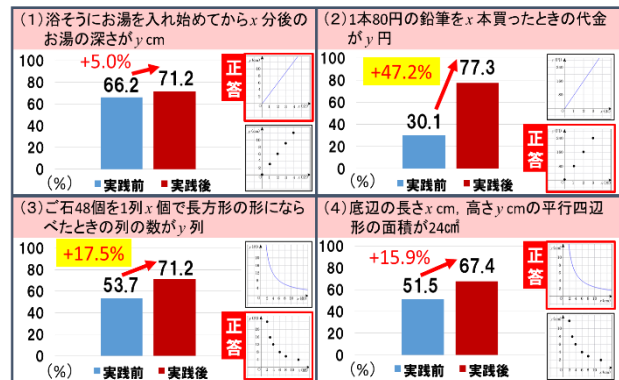


図5 事後認識調査の問題と平均正答率

3. 結語

本稿では、セラミックヒーターによる温度に関する実験場面を取り入れた関数教材を開発し、表、グラフ、式の関係可視化させやすくするために関数電卓を用いて教育実践を行った結果、現実事象を正しく関数関係として捉える力の育成が可能であった.

参考文献

(1) 柳本哲:「第6章 解析」;黒田恭史(編著)“数学科教育法入門”, 共立出版, pp.127-155(2008)