

## 数式の構造操作としての工夫計算を対象とした作問学習演習の設計開発

## Design and Development of Problem-Posing System for Efficient Calculations as Structural Operations of Numerical Expressions

榎本 浩義<sup>\*1</sup>, 林 雄介<sup>\*1</sup>, 平嶋 宗<sup>\*1</sup>Hiroyoshi ENOMOTO<sup>\*1</sup>, Yusuke HAYASHI<sup>\*1</sup>, Tsukasa HIRASHIMA<sup>\*1</sup><sup>\*1</sup>広島大学大学院工学研究科<sup>\*1</sup>Graduate School of Engineering, Hiroshima University

Email: enomoto@lel.hiroshima-u.ac.jp

あらまし：工夫計算は数式の構造操作であるという見方に基づき、工夫計算作問学習をシステム化した。計算手順とみなされることが多い算数の計算問題について、工夫を加えてより簡単に解く工夫計算に注目し、数学文字式と同様の構造操作が行えることから、計算式の構造理解が必要な学習対象としてそれを取り上げたのが特徴である。開発したシステムは、構造操作である工夫計算に適した解法ベースの作問学習を行える機能を備え、小学校算数授業において実践的利用も行った。

キーワード：数式構造操作，工夫計算，作問学習，実践的利用

## 1. はじめに

本研究では、工夫計算は数式の構造操作であるという見方に基づき、対象の構造理解に有効とされる作問学習の方法を用いて、工夫計算の作問学習演習を行える学習環境を開発した。以下、工夫計算は数式の構造操作と考えることができる原理、工夫計算作問学習の実施方法、作問学習システムの設計と実践的利用について述べる。

## 2. 数式の構造操作としての工夫計算

## 2.1 計算手順としての算数計算式

通常、算数においては、式は計算の手続きを記述したものとみなされている。計算の手続きとは、加減乗除の演算記号に従って解答を算出するための計算過程である。授業等での計算問題の学習では、計算の手続きに従った解答の算出が主体となることはいうまでもない。

手続きどおりに解く計算は、左から順番に計算することが基本である。式を左から見て、加減乗除の演算の種類、括弧の有無を判断し、手続きどおりに計算を行えば正解が得られる。言い方を変えれば、手続きどおりに解く計算は、解答の計算手順を示したものである。

## 2.2 数式を構造として捉える工夫計算

しかしながら、計算能力には、手続きどおりに解く能力と、工夫を加えてより簡単に解く能力の2つの側面があるとされる<sup>(1)(2)</sup>。工夫計算は後者に当たり、数式を計算手順ではなく、構造として捉えたものである。計算手順とは上述のように左から順番に手続きどおりに計算することであるが、構造として捉えるとは、手続きどおりに計算するのではなく、数の順番を入れかえる、数を分解する、特定の数を加減するなどの変形を行うことである。

図1に、工夫計算の例を示す。最初の例は、数の

$$2 \times 7 \times 3 = (2 \times 3) \times 7 = 6 \times 7 = 42$$

$$14 \times 45 = (7 \times 2) \times 45 = 7 \times (2 \times 45) = 630$$

$$27 + 9 = (27 + 3) + (9 - 3) = 30 + 6 = 36$$

図1 工夫計算

順番を入れかえて九九のみで計算できるようにした例、次の例は、数の分解によりかけ算を簡単にした例、最後の例は、特定の数を加減して足し算の繰り上がりを簡単にした例である。

## 2.3 構造としての数式の取り扱いと文字式

このような、構造としての数式の扱いは、数学における文字式の操作と同様の面がある。算数における計算と異なり、数学における文字式の操作は、左から順番に手続きどおりに計算するのみでは正解できない場合がある。図2に示した例では、「ax」「bx」「cx」に共通に含まれるものは何かを理解し、それらを抜き出した後、それぞれの間の関係が足し算であることを把握して全体をまとめるという操作が必要になる。

この際重要になるのは、「ax」「bx」「cx」がどのような要素から構成されており、それらの間の関係は何か、つまり数式の構造の理解と、その操作である。操作は手続きどおりの計算ではなく、構造の理解に基づく変形であるので、計算後は、元の式の構造が変わっていることになる。このため、例示した文字式の計算は、構造操作であるということができる。

このような、数学における文字式の操作は、算数における工夫計算においても同様の操作が可能と考えられる。図3に、文字式操作と工夫計算の対応を示す。

$$ax + bx + cx = (a + b + c)x$$

図2 文字式の操作

$$a \times b \times c = a \times c \times b$$

$$2 \times 7 \times 3 = (2 \times 3) \times 7 = 6 \times 7 = 42$$

$$a \times b \times c = a \times (b \times c)$$

$$14 \times 45 = (7 \times 2) \times 45 = 7 \times (2 \times 45) = 630$$

$$a + b = (a + c) + (b - c)$$

$$27 + 9 = (27 + 3) + (9 - 3) = 30 + 6 = 36$$

$$ax + bx + cx = (a + b + c)x$$

$$48 \times 3 + 48 \times 7 + 48 \times 10 = (3 + 7 + 10) \times 48$$

図3 文字式操作と工夫計算の対応

上で述べたように、数学文字式の操作は、数式の構造理解に基づく操作であるため、構造操作である。図3は文字式操作と工夫計算の対応を示した例であるが、このように考えると、数学文字式の構造操作に対して、工夫計算を対応づけることが可能であることがわかる。このことは、工夫計算は、算数計算式を使って、数学で行うような文字式の構造操作を行える手段であることを示している。

#### 2.4 数式の構造操作としての工夫計算

以上のことから、工夫計算は数式の構造操作であるということが出来る。換言すれば、工夫計算は、算数計算式を使って数学文字式の変形操作をすることと考えることができ、その遂行には計算式の構造理解が必要になるということである。工夫計算は単に計算能力の向上を目指しただけのものではなく、後に学ぶ数学文字式への理解にもつながる学習対象であるといえる。

### 3. 工夫計算の作問学習

数式の構造操作である工夫計算の学習にあたっては、問題を作る学習法である作問学習が有力な手段となる。対象の持つ構造を理解させるためには、構造に対する操作を行わせることが有効であるとされており、問題を作ることは、作問対象の構造操作である<sup>(3)</sup>からである。

作問学習には様々な種類があるが<sup>(3)</sup>、本研究では、「解法ベースの作問」を採用する。解法ベースの作問とは、ある解法が使える問題を作る作問である。

工夫計算の作問学習における解法とは、様々な工夫計算のうち、作問学習の学習対象として取り上げる特定の工夫計算を誤りなく適用して解いた、計算問題の解き方である。ある工夫計算が使える問題を作るためには、その工夫計算が適用できる問題がどのような構造になっているかを明確に意識していることが求められる。これゆえ、解法ベースの作問学習は、数式の構造操作である工夫計算を学習する上で効果が期待される手段である。

### 4. システムの設計

システムのインターフェースを図4に示す。開発し

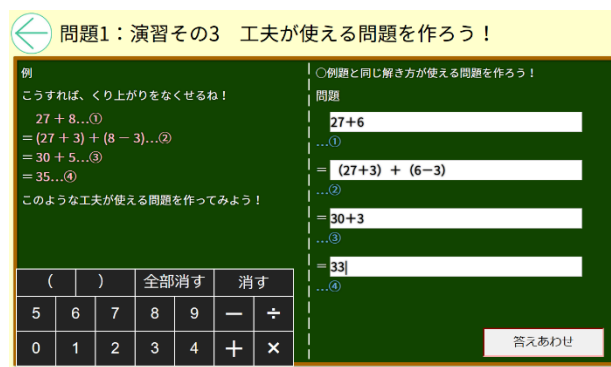


図4 工夫計算作問演習

たシステムでは、(1)計算演習、(2)工夫計算演習、(3)工夫計算作問演習、(4)工夫計算作問演習(負例)の4種類の演習を設け、システムによる例題の提示、学習者による解答の入力を実施できる。取り扱える工夫計算は約30種類あり、授業の内容、学習者のレベルに応じて組み合わせることができる。

各演習では、学習者が入力した解答に対して、システムにより自動的に正誤判定が行われる。さらに、正解の場合は正解であること、誤りの場合は、その誤りの内容に従ったフィードバックをシステムがインタラクティブに返す。これらの学習過程は、後の分析のためにシステムのログとして保存される。

### 5. 実践的利用

開発したシステムが授業で利用可能か、工夫計算の学習効果があるかを検証するため、実践的利用を行った。対象は、小学校6年生3クラスの児童78名である。3クラスそれぞれについて1時限のシステム利用授業を実施した。

学習効果検証のためのプレテストとポストテストを、システム利用授業と数日の間隔をおいて実施した。また、システム利用授業の時間内において、本システムが児童に受け入れられたかを確かめるためのアンケートを実施した。

### 6. まとめと今後の課題

本研究では、工夫計算は数式の構造操作であるという見方に基づき、工夫計算作問学習システムを開発し、実践的利用を行った。今後は、テスト結果とシステムログの分析から、システムの学習効果についての分析を進める予定である。

#### 参考文献

- (1) 植阪友理, 鈴木雅之, 清河幸子, 瀬尾美紀子, 市川伸一: “構成要素型テストCOMPASSに見る数学的基礎学力の実態”, 日本教育工学会論文誌, Vol.37, No.4, pp.397-417 (2014)
- (2) 鈴木雅之, 市川伸一: “工夫速算方略の指導の効果”, 心理学研究, Vol.87, No.2, pp.191-197 (2016)
- (3) 平嶋宗: “「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法”, 教育システム情報学会研究報告, Vol.20, No.3, pp.3-10 (2005)