

数学的表現の変換機能を用いた能動的誤りの可視化機能を有する学習支援システムの設計

Design of a Learning Support System for Visualization Function of Active Error-Awareness using Conversion Function of Mathematics Expressions

黒川 魁^{*1}, 東本 崇仁^{*2}

Kai KUROKAWA^{*1}, Takahito TOMOTO^{*2}

^{*1}東京工芸大学工学部コンピュータ応用学科

^{*1}Department of Applied Computer Science,

Faculty of Engineering,

Tokyo Polytechnic University

Email: c1318035@st.t-kougei.ac.jp

あらまし: 数学的表現のうち, 記号表現から図形表現への変換機能を有した学習支援システムを開発する. 学習者の構築した解法から対応する図をシステムが描画し, その図を学習者に観察させたり, 図を操作させ能動的な誤りの気づきを促すことで記号的表現と図形的表現の関係性の理解を促進する.

キーワード: 誤りからの学習, 誤り可視化, 学習支援システム, 数学学習, 数学表現

1. はじめに

現在, 学生の学力低下に加え, 若者の理科, 数学といった科目の理系離れが問題となっている. 特に数学においては, 問題文や解法文が数学的表現に基づく表記のため, 計算問題単体なら解けるという学習者も, 文章題のような応用力が強いられるものには, 手をつけられないという事がある. 文章題が取り組めない原因としては, 前述にあったように数学的表現が学習者の中で自身の言葉や図形といったものに変換できないのが問題と考える. 数学理解には文がどのような意味を持ち, 図形や簡単な表現に置き換えられるか考えられる能力が重要である.

そこで本稿では, 学習者の数学における理解の向上を目的とし, 数学における記号的表現と図形的表現間の関係性を明らかにし, 特に解答の筋道を一からたてる事が苦手な学習者のための記号的表現から図形的表現への変換を可能とするシステムを提案する. システムの文を変換した図の提示やそこから学習者自らの図の操作を通し, 現状までの解法が自身のイメージする図と対応しているかを確認することができ, 能動的な操作を通して誤りに気づくことが期待できる.

この「誤りからの学習」が知識修正や理解に重要な役割を果たすことはこれまでも数多く指摘され, 同時に学習者が誤りに自発的に気づくことが重要であることも指摘されている^{[1][2][3][4]}.

2. 数学における表現

数学を表現する方法として, 5 つに分類された現実的表現, 操作的表現, 図形的表現, 言語的表現, 記号的表現がある^[5]. 本研究は, 記号的表現, 図形的表現に着目する. 記号的表現では数学における言葉で表現された問題の読解力や解法構築力を向上させ, さらに図形的表現で学習者に記号的表現を変換

したフィードバックを与えられるような手法を提案する. よって本稿はこの2つの表現間にある対応関係を議論し, 学習者の理解状況の可視化を行い, 理解の促進をねらう.

3. 表現の変換

学習者が記号的表現で解法を記述できても, その解法の状況が表す図を示せないのは, 表現間の関係性を理解できていないからだと考えられる. 2章で挙げた記号的表現と図形的表現を用いて記号から図形への表現変換を行い, 前述に記した表現間の関係性理解を図る. また, 変換して生成された図は解答途中までの文から規定される制約の範囲で操作可能とする. 例で, 学習者が「点Pをとる」と入力しただけでは点PはXY平面上を操作可能とする. これに対して, 「 $AP=BP$ なので」の文を追加した後は, 点PはAとBから等距離な区間のみ操作可能となる.

上記のように図を操作可能とすることで, 自分の想定する図と自分の解答の間の差を操作しながら自発的にその制約を体験・確認することが可能となる.

4. 提案システム概要

本研究では, 3章で述べた記号的表現を図形的表現に変換し, 学習者に正誤の描画図形を観察・操作させることで, 数学の理解向上を支援する手法を用いる. 本システムは, Visual Basic2010でシステム設計・開発を行う. 最初に図3のように学習者に問題を選択させ, 問題解答画面へ移行する. 学習者は, システムが提示した問題を読解後, 1行毎に解答を選択させる. システムは学習者の選択した文に基づいて図形描画枠に解答文に含まれた数量や概念を表示する. これを解法が1文入力されるごとに対応した図を描画する. 学習者はその図を確認, 操作することで自らの解法がイメージする図と一致しているか否かを観察する. 以上を問題毎に用意されている

解答プロセスの数だけ繰り返し、学習者自身の解答イメージを可視化していき、理解しづらい図形や誤答に含まれる誤概念を観察・修正を行う。



4.1 インターフェース

数学の問題文や解法文における記号的表現は、特に解法文においては、学習者が数ある記号表現の中からいくつかを選定し、題意に合うように文を変え、解法を論理的に構築することや、学習者が図示して理解しようとしてもその意味を捉えられず、解答に障害ができてしまう場合がある。本システムでは、解答テンプレートを用意し限られた中から自身の考えに基づく記号的表現文を学習者が選ぶ(図 1)。

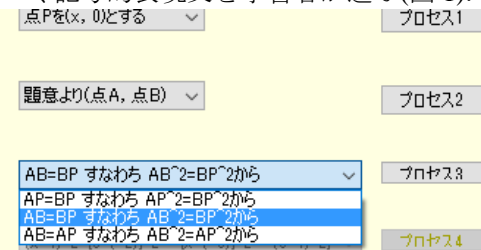


図 1 解答テンプレート選択例

対応する行のプロセスボタンを押すことで、その文に含まれる意味を持った図を描画枠に生成する。生成された図は選択した文に含まれる数量的制約を基に、その制約の範囲で図を操作できる(図 2)。



図 2 制約下での操作例

描画できるものとして、定値数量計算や学習者が構築した解答が論理的に誤っていない限りは、どのような誤解解答に対しても誤りを可視化してフィードバックすることができる。図 2 は、赤点を(x, 0)と置いた時の操作例である。システムが描画フィードバックを与えられない例としては、プロセス 1(1行目)で点 A、点 B しか定めていないにも関わらず、

プロセス 2(2行目)で $AP=BP$ と提示しても、点 P はそれまでのプロセスには無いので描画できないことをシステムが伝える。

4.2 解答診断方法

記号的表現文による解答の一覧は、予めデータベースに格納していた値を呼び出したものである。データベース内のテーブル別に記号的表現文を点、線、式等に分け、そのテーブル内でもさらに一文毎にどの問題の解答で使われ、どのような属性をもつのかを振り分けている。このデータベース内の情報を基に、正誤診断を行っている。プロセス 1 からプロセス 3 の正解答をそれぞれ仮に a_1, b_1, c_1 とし、解答終了ボタンを学習者が押し、この a_1, b_1, c_1 が解答されていたときに正答となる。但し前述はその問題において解答が正答なのか誤答なのかを判断するだけであって例え、誤答をしている場合でもシステムがその誤答パターンを解析して、それまでに構築したプロセスやそのプロセスの文に対応した図を生成して学習者にフィードバックを与える。診断結果、論理的に間違いのない文構成になっていればシステムはその文を図示し、論理的に意味が通らなければ描画はせず、学習者に描画不可能と通知する、

5. まとめ

本稿は、数学の問題における問題文や解法に該当する記号的表現と、それが意味する図形的表現の関係性の理解を促進する手法について提案した。また、解法の全体的な関係性を理解することは数学が苦手な学習者には困難であることや、個々の要素の対応を理解することの重要性から、問題解答のプロセスを部分化し、個々の部分に対して記号的表現と図形的表現の関係性を理解させる方法について述べた。さらに、記号的表現を単に図に変換するだけでは、その記号的表現の制約を十分に理解できるとは限らないと考え、図を制約の範囲で操作可能にする機能を提案した。

参考文献

- (1) PERKINSON, H.J.: “誤りから学ぶ教育に向けて 20 世紀教育理論の再解釈”, 勁草書房, (2000)
- (2) 平嶋宗, 堀口知也: “「誤りへの気づき」を指向した誤り可視化の試み”, 教育システム情報学会誌, 第 21 巻, 第 3 号, pp.178-185 (2004)
- (3) 平嶋宗: “「誤りへの気づき」を与えるインタラクションを目指して, ヒューマンインタフェース学会誌”第 6 巻, 第 2 号, pp.99-102 (2004)
- (4) 東本崇仁, 今井功, 堀口知也, 平嶋宗: “誤りの可視化による階層構造の理解を指向したコンセプトマップ構築学習の支援環境”, 第 30 巻, 第 1 号, pp.42-53, (2013)
- (5) 中原忠男: “算数・数学教育における構成的アプローチの研究”, 聖文社 (1995)