

線形代数における行基本変形学習支援システム

田中 円^{*1}, 樋口 三郎^{*2}

Madoka Tanaka^{*1}, Saburo Higuchi^{*2}

^{*1}龍谷大学大学院 理工学研究科

^{*1}Graduate School of Science and Technology, Ryukoku University

^{*2}龍谷大学 理工学部

^{*2}Department of Science and Technology, Ryukoku University

Email: t16m005@mail.ryukoku.ac.jp

あらまし: 線形代数における行基本変形は様々な用途で用いられる。しかし、この操作を紙で行った場合、計算量が多いことから、誤りによって学習者の本質的な理解を妨げ、学習意欲を削いでしまう原因になると考えた。そこで、学習者が行列を Web ページ上で操作し、行基本変形を行い、時系列としての学習データを記録する学習支援システムを作成した。今回はシステムのプロトタイプ作成と予備実験を行ったことを報告する。

キーワード: 線形代数, 行列, 行基本変形, 学習支援システム

1. はじめに

線形代数は大学数学の重要な分野であり、情報技術を用いて学習支援を行う研究は多くある。例えば、川添ら⁽²⁾は大学生の線形代数学学習を支援する Web システムを開発し Web 上に表示された画像付きの一般テキストと比較して Web システムの効果を検討した。中村⁽³⁾は行列の数学オンラインテストを Moodle と STACK で行えることを示した。

線形代数における行基本変形は、様々な用途で用いられる。しかし、この操作を紙で行った場合、計算量が多いことから、単純な計算の誤りによって学習者の本質的な理解を妨げられることがあり、学習意欲を削いでしまう。よって、池田⁽¹⁾のシステムを元に、Web のページ上で操作し、行基本変形を行うことができるシステムを作成した。

本システムの目的は、行基本変形を Web ページ上で、紙で計算するよりもスムーズに行い、学習者の学習意欲を損なうことなく、学習を支援するものである。また、学習データを記録し、学習者がどのような計算過程を踏んでいるのかを判定することである。今回は、今システムのプロトタイプ作成、及び予備実験を行ったことを報告する。

2. システムの概要

本システムは Web ブラウザ上で動作するものである。本システムは JavaScript, jQuery, PHP, SQL を用いて開発を行っている。また、本システムは、入力ページと計算ページで構成される。

2.1 入力ページ

入力ページ(図1)は、行列のサイズと、学習者の学籍番号を入力するページである。サイズと学籍番号を入力し、送信ボタンをクリックすることで、計算ページが開かれる。また、送信ボタンを押すことで、学籍番号、行列のサイズ、試行を一意に識別する ID をサーバー上のデータベースに記録している。

2.2 計算ページ

計算ページ(図2)は、行列の成分の値を有理数で入力し、計算を行うページである。計算ページでは、行列の各行に対して以下の操作が可能である。これらの各操作を、計算ステップと呼ぶ。

- ある行に別の行の有理数倍を加える
- ある行に別の行の有理数倍を引く
- 行を入れ替える
- ある行を零でない有理数倍する

最初の3つの操作は、足す(引く及び、入れ替える)行を、足される(引かれる及び、入れ替えられる)行にドラッグアンドドロップを行うことで、ダイアログが表示され、操作を選択することができる。最後の操作は、何倍かしたい行をダブルクリックすることでダイアログが表示され操作をすることができる。なお、どちらのダイアログも行を何倍したいかを入力することができる。また、行列の値を入力することで、学籍番号、試行を一意に識別する ID、行列の成分の値、成分の番号、操作をすることで、学籍番号、試行を一意に識別する ID、操作の種類、操作した行、何倍したか、操作を行った時刻がそれぞれデータベースに記録される。



図1 入力ページ

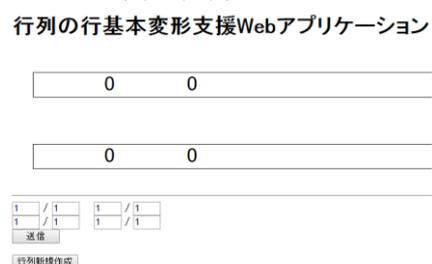


図2 計算ページ

3. 予備実験

本システムを用いて、ある有理数を成分とする行列を行基本変形によって、簡約階段行列に変形させるテストを行った。ここではまず、行基本変形と簡約階段行列について説明する。

3.1 行基本変形

行基本変形は、行列に対して以下の3つの基本的な操作からなるものである。

- ある行に別の何倍かを加える。
- 行を入れ替える。
- ある行に0でない数をかける。

また、行基本変形は可逆であり、基本操作により、計算過程を遡ることが可能である。行基本変形を行列に施すことで、行列を変形させ、簡約階段行列まで変形させることが可能となる。標準的な手順は前進消去、次に後退消去を行う事である。⁽⁴⁾

3.2 簡約階段行列

まず、零ベクトルでない行ベクトルの0でない左から最初の成分はその行の主成分という。

次の性質を満たす行列を簡約階段行列という。

- 行ベクトルのうち零ベクトルがあれば、それ以下の行ベクトルも零ベクトルである。
- 各行の主成分は1である。
- 各行の主成分を含む列ベクトルの他の成分は全て0である。
- 第*i*行の主成分を a_{ij_i} とすると、 $j_1 < j_2 < j_3 < \dots$ となる。

3.3 実験内容

実験内容としては、まず、紙面により線形代数の行基本変形及び簡約階段行列の復習を行い、本システムの操作方法を紙面で確認させた。その後、実際のシステムを用いて入力練習を行い、本番に移ってもらった。図3が入力練習問題、図4が本番問題である。

以下の行列を行基本変形により、簡約階段行列に変形せよ。

$$\begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

図3 入力練習問題

以下の行列を行基本変形により、簡約階段行列に変形せよ。

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

図4 本番問題

3.4 実験結果

今回、龍谷大学理工学部数理情報学科の大学生(N=7)を被験者として実験問題を行った。本番問題において7人全員が簡約形に到達した。しかし、前進消去を行っていたのは7人中4人であった(この内1人は前進消去を行わなかったが、計算過程を遡った後に前進消去を行っている)。計算ステップの数

もそれぞれであり、最大8ステップ、最小3ステップであり、平均5.4ステップ、標準偏差は1.4ステップであった。また、1ステップ目の時点で6通りの計算が存在し、前進消去を行っている被験者の1ステップ目はそれぞれ異なっていた。また、実験後にアンケートを行った(N=7)。回答数は表1~3の通りである。このことから、一度理解してしまえば、操作はしやすいシステムだと言える。

表1 もう一度本システムで問題に取り組みたいか

	はい	いいえ
類似システム使用経験あり	1	0
類似システム使用経験なし	3	3

表2 使用方法は理解しやすいか

1.とても理解しにくい	0
2.理解しにくい	2
3.理解しやすい	3
4.とても理解しやすい	2
平均値	2.9
標準偏差	0.83

表3. 操作はしやすいか

1.とても操作しにくい	0
2.操作しにくい	0
3.操作しやすい	3
4.とても操作しやすい	4
平均値	3.6
標準偏差	0.50

4. まとめ

今回、予備実験の結果から、学習者によって、計算過程の違いが計測された。また、アンケートの結果から、操作はしやすいが、本システムより、紙面で問題に取り組みたいという意見が一定数存在することも確認できた。今回、アンケートの自由記述欄には、「計算結果だけでなく、計算過程も出力してほしい」(7人中3人)「計算過程を戻す機能(UNDO)を実装してほしい」(7人中2人)という意見を得ることができた。これらを実装することで、効果が向上し、また学生がより自発的に使用すると考える。

参考文献

- (1) 池田政裕: “行列の行基本変形支援 web アプリケーション”, 龍谷大学理工学部数理情報学科 2015年度卒業論文, (2015)
- (2) 岸田隆, et al. “線形代数の概念的 understanding における仮説検証型教育システムの効果 (1)”, 日本教育心理学会総会発表論文集 46 (2004): 186.
- (3) 中村泰之, 秋山實: “STACK と Moodle による数学 e ラーニング”, 数理解析研究所講義録 1735 (2011): 9-15.
- (4) 松本和一郎: “線形代数入門 理論と計算法 徹底ガイド”, 共立出版 (2007)