

中学校数学科における論証指導について

- Visual Basic による操作的証明が可能な教材を用いて -

Teaching on Mathematical Proof of Junior High School

- Teaching Materials for Operation Proof using Visual Basic -

中久保 紗理^{*1}, 黒田 恭史^{*2}

Sari NAKAKUBO^{*1}, Yasufumi KURODA^{*2}

^{*1}京都教育大学 教育学部 数学領域専攻 4 回生

^{*2}京都教育大学 教育学部

^{*1}Department of Mathematics, ^{*2}Faculty of Education, Kyoto University of Education

Email: suu31164@kyokyo-u.ac.jp, ykuroda@kyokyo-u.ac.jp

あらまし：中学校第2学年で学習する図形の証明の単元では、白紙解答が多いなど、証明の解決過程の理解度が十分でない生徒が多い。本稿では、論証指導における記述力育成に焦点を当て、操作的証明を容易に行うためのコンピュータ (Visual Basic) を用いた教材を開発した。そして、中学2年生 109 人を対象に、2時間の教育実践を行い、その有効性を検証した。

キーワード：Visual Basic, 論証指導, 数学教材, 中学校数学科

1. はじめに

國宗 (2013) ⁽¹⁾ は、算数科と数学科の本質的な相違、すなわち数学科にしか存在しないものとして「論証」及び変数としての「文字」を挙げている。その一つである「論証」に関する生徒の理解は、一般的に低いとされている。実際、平成27年度全国学力・学習状況調査 ⁽²⁾ では、数学A・数学Bの全設問の平均正答率が58.4%であったのに対して、出題の趣旨に『数学的な表現を用いて説明することができる』、『構想を立てて説明することができる』等の論理的思考力を用いる記述がある図形領域の設問を抽出すると、平均正答率は35.6%であった。さらに平均無回答率は、47.3%であった。これらのことから、論証では、考える手順や、記述の方法が見出しにくいことが予想される。

本稿では、論証指導において、通常の形式的証明を扱う前段階に、コンピュータを用いた教具による操作的証明を取り入れた指導内容・方法を考案する。続いて、京都教育大学附属桃山中学校の第2学年を対象に授業実践を実施し、その有効性を検証することを目的とする。

2. Visual Basic による教材の開発

2.1 操作的証明

小松 (2014) ⁽³⁾ によると、操作的証明とは、『ある個別の場合を代表的特殊の場合として解釈し、その代表的特殊の場合を通じて具体物に対する諸行為の本質的特徴を提示することによって、事柄が成り立つことを演繹的に示すこと』としている。すなわち、形式的証明のように、一般性を常に保証した記号による論理の展開ではなく、具体的なある一場面を限定したうえで、そこで成り立つ法則を導き出し、その後、一般性を追求するという方法である。そのため、操作的証明は、形式的証明のように数学的な記

号や言語を用いて記述することはない。

その事柄の特徴を捉えやすいことから、形式的証明を構想する前段階に、操作的証明が入ることでその方針が立てやすくなり、解決の糸口を見出しやすくなると期待される。

2.2 教材の概要

本稿における教材作成には、Visual Studio Express 2013 for Windows Desktop 内の Visual Basic を用いた。

図1は「動く図」教材の一場面であり、問題の図を表示し、問題文に対応する範囲で、生徒自らが点の位置を移動させることができる。本教材は、操作的証明の特質として挙げられる、以下の3点を取り入れている。①具象性：具体物を用いること。②可動性：具体物の変形が行われること。③通用性：ある個別の場合を代表的特殊と見なして、その場合を通じて、具体物に対する諸行為の本質的特徴を提示すること。

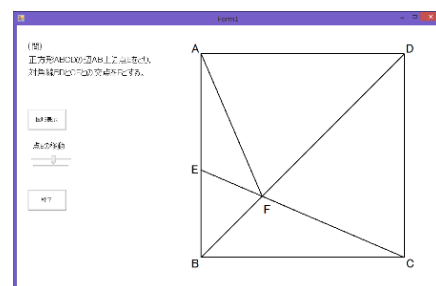


図1 「動く図」教材

図2は「フローチャート」教材の一場面であり、表示された枠組みに従って、記号を入力したり選択したりすることでフローチャートを作成することができる。また、チェックボタンによって、作成したフローチャートについての判定結果を教材上で得ることができる。このとき、判定結果は「○」もしくは「×」で表示される。

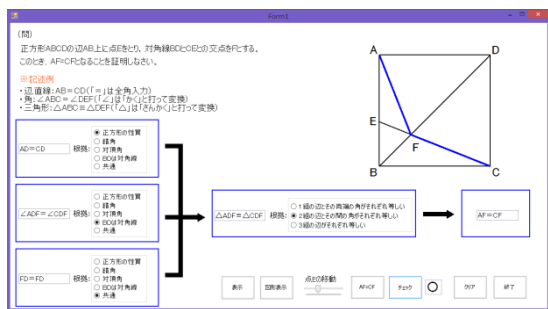


図 2 「フローチャート」教材

3. Visual Basic による教材を用いた授業実践

3.1 授業実践の概要

対象：京都教育大学附属桃山中学校，第 2 学年 A クラス，B クラス，C クラス，計 109 人（授業出席者数）。

日時：全 2 時間。A・B クラスー2016 年 12 月 8 日（50 分×1 回），2016 年 12 月 9 日（50 分×1 回）。C クラスー2016 年 12 月 5 日（50 分×1 回），2016 年 12 月 8 日（50 分×1 回）。

内容：「図形の証明」

事前に作成した教材を用いて証明の記述を行う。

3.2 授業実践の分析と考察

1 時間目では、「動く図とフローチャートを活用して証明を記述すること」を目標とした。まず，2 人に 1 台のノートパソコンで「動く図」教材を使用し，等しい辺や角をワークシートに書き出させた。生徒は，正方形の定義や対頂角の性質，平行線の錯角などを根拠として書き出していた。これらの意見は，ホワイトボードに書き出して全体で共有した。次に，見つけた等しい辺や角を基に，「フローチャート」教材を用いてフローチャートを完成させた。ここでは，ほとんどのペアが「○」の判定を出すことができた。最後に，フローチャートを参考に各自で証明を記述させた。

2 時間目では，「動く図を見ながら等しい辺や角に着目し，自分の力で証明を記述すること」を目標とした。まず，1 時間目と同様に「動く図」教材を用いた活動を行った。生徒は活発に意見交換を行いながら活動に取り組んだが，等しいといえる根拠も書くように伝えると，根拠を全く書けないペアも存在した。次に，書き出した等しい辺や角を参考に，個人で証明を記述させた。1 時間目と比べて複雑な問題であり，フローチャートも使用しなかったが，多くの生徒が自分の力で証明を全文記述できていた。

本実践では，授業日より前に，問題とアンケートによる事前調査を実施している。また，2 時間目における証明の記述を事後調査とした。事前・事後調査の結果について，解答を「正答」「誤答」の 2 つに分類すると，表 1 にあるように事前調査では約 50% の生徒が正答という結果であったが，事後調査では約 75% の生徒が正答という結果になった。また，事前調査において誤答だった生徒 51 人中 31 人が，事

後調査において正答の記述ができていた。その中で，生徒 A を例に挙げる。

表 1 事前調査と事後調査のクロス集計（単位：人）

		事前調査	
		正答	誤答
事後調査	正答	50	31
	誤答	7	20

図 3 は生徒 A の事前調査における記述である。調査問題は，正三角形の二つの辺上に一つの頂点から等距離の点をそれぞれとった時にできる二つの三角形の合同を示す，というものである。ここでは，証明が途中までしか記述できておらず，その内容も正しくない。図 4 は生徒 A の授業における証明の記述である。問題は，正方形の一つの辺上に点を取り，向かい合う辺の一つの頂点と線で結び，その線と交わるように対角線をひいた時にできる二つの線分の長さが等しいことを示す，というものである。ここでは，証明を全文記述できており，その内容も正しい。

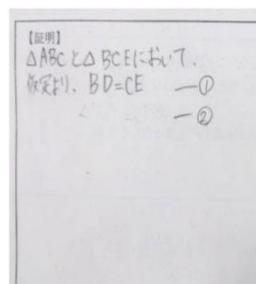


図 3 事前調査の記述

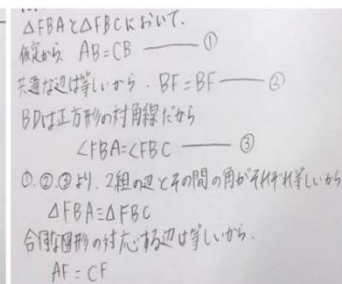


図 4 授業での記述

4. 結語

Visual Basic による教材の開発，および授業実践の結果から，次の 2 つの有効性が明らかになった。

- Visual Basic による操作的証明を取り入れた教材は，紙面上では実現できない動く図や判定によって，生徒が証明を記述する際のスモールステップとなること。
- 操作的証明を取り入れることにより，形式的証明における記述内容の改善が見られること。

参考文献

- (1) 國宗進：“数学教育における論証の理解と学習指導に関する研究”，日本数学教育学会誌教育学論究，Vol.99, pp.23-29 (2013)
- (2) 国立教育政策研究所ホームページ：“平成 27 年度全国学力・学習状況調査の報告書【中学校】数学”，（最終検索日：2017.2.4）
<<http://www.nier.go.jp/15chousakekkahoukoku/report/data/mmath.pdf>>
- (3) 小松孝太郎：“算数・数学教育における証明指導”，東洋館出版社，pp.112-139 (2014)