

可視化による 1、2 次関数理解支援ソフトウェア開発

Development of a visualizing software to assist understanding of linear and quadratic function

林田和樹、宮本優、藤井研一

Kazuki HAYASHIDA, Masaru MIYAMOTO and Ken-ichi FUJII

大阪工業大学情報科学部

Faculty of Information Science and Technology, Osaka Institute of Technology

Email: e1b13078@st.oit.ac.jp

高等学校での教育において 2 次関数の学習は大きな位置を占めている。またこれ以降の数学学習における基礎としても重要である。2 次関数について関数の特徴、方程式の解、グラフでの理解などを学ぶが、統一的理解することが困難と考えられる。本研究では、まず 2 次関数の一般形をタブレット PC 上で可視化し、各定数の変化でどのように形を変えるかを直感的に理解させるためのソフトウェアの開発を行なった。合わせて平方完成との関連も示し、2 次関数理解の基礎を与えることを目指した。

Keywords: 2 次関数、可視化、タブレット PC

1. 初めに

代数理解は数学に限らず、物理、化学の自然科学分野や建築、機械、電子工学などの工学分野はもちろん、経済学、社会学などの人文分野でも基礎として必須と考えられる。学校教育における代数学習の重要な単元の一つが 2 次方程式である。2 次方程式の学習では、2 次関数の特徴、2 次方程式の解、グラフでの理解などが必要であり、実数から複素数への数の拡張の理解も必要となる。学習者は、これらの様々な項目を理解する必要があるが、個別の理解から 2 次関数の統一的理解までにはさらに距離があると考えられる。このような理解の困難さを軽減するためには、まず 2 次方程式のグラフと式のおおまかに把握することは非常に有益と考えられる。

2. 開発環境

本ソフトウェアの動作環境として iOS を想定してい

る。用いた iOS が搭載されている iPod、iPhone でも使用は可能であるが、操作性を考慮して主な利用環境はタブレット PC である iPad Air および iPad mini を想定し開発を行なった。開発には、apple 社の PC である Mac mini を用い、統合開発環境である Xcode 上で apple 社の SDK を用いて開発した。インターフェース (I/F) のデザインのためにはインターフェースビルダーを用い、スピナーなど iOS に用意されている複数の I/F で数値入力が可能となるようにした。

3. ソフトウェア

x の 2 次関数 $f(x)$ は次のように表される。

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \quad (1)$$

ここで関数値を y とし xy 座標系で表すことができる。これを示したものが図 1 の画面になる。ここで (1) 式の 3 定数 a 、 b 、 c は独立に変化させることがで

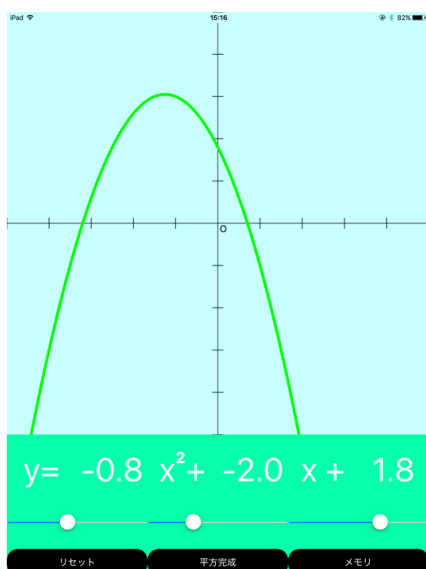


図1 2次関数表示画面。定数は任意に設定可能

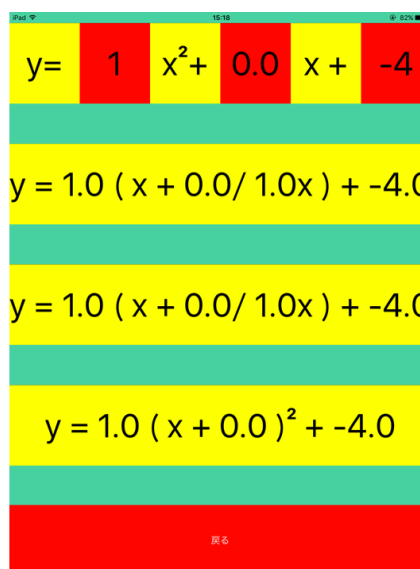


図2 平方完成の表示画面

き、変化に合わせてリアルタイムに表示される2次関数の曲線が変化する。xの2次の係数aを正から負に変化させるとグラフは下に凸から上に凸に変化し、aの値の正負でグラフは大きく変化し、a=0とすることで1次関数の表示も可能となる。また1次の係数bを変化させることで曲線の対称軸と頂点がどのように変化するかが分かる。y軸に沿った方向の移動は定数cにより決まることが分かる。以上のように、2次関数の定数変化を即座にグラフ上の変化として見て取れることにより、2次関数の特徴が(1)式の3定数からどのように決定されるかについて直感的かつ統一的に理解することが出来ると考えられる。また、このような2次関数の特徴は平方完成にも関係している。本ソフトウェアでは、表示されたグラフの元となる2次関数の平方完成は、表示ボタンを押すことで、すぐに図2のように得られる。双方を比較することで、平方完成に2次関数の軸と頂点が密接に関係していることも見て取れる。

3定数は独立に決定出来るが、グラフの表示領域は固定されており、定数として大きな値をとると表示不可能となるため、定数値としては大きさ10までの整数値のみに制限されている。このような制限は

2次関数の性質を理解する上で障害にはならないものと考えている。この関数の可視化をもちいるならば、2次方程式 $y = f(x) = 0$ が実数解をもつためには曲線がx軸をよぎる必要があることなど、2次方程式の解についても理解が得られる。2次方程式の解は一般に複素数解となるが、グラフから虚数部を持たない実数解はどのような場合かが直感的に理解出来るものと思われる。したがって、本ソフトウェアを計算値との比較に用いることで、方程式の解についての一般的な理解が得られるものと思われる。

4. まとめと今後の展望

2次関数の一般的な理解が得られれば、平面及び立体図形や微分の学習に発展させることが可能となり、高校数学のより深い理解に繋がることになる。目先の計算に囚われることなく、2次関数全般の理解を促すために可視化は意味を持つものと思われる。

今後は2次関数の知識をもとに微分概念理解や図形への応用問題の解法理解のために、本ソフトウェアが活用出来るよう機能を拡張する予定である。