

SSH を対象とした学習者の発見過程に基づく数学教材の開発と実践

Development of the Mathematics Teaching Method
Based on the Discovery Process of the Learner in Super Science High School葛城 元^{*1}, 黒田恭史^{*2}Tsukasa KATSURAGI^{*1}, Yasufumi KURODA^{*2}^{*1}京都教育大学 教育学部 数学領域専攻 4 回生^{*2}京都教育大学 教育学部^{*1}Department of Mathematics, ^{*2}Faculty of Education, Kyoto University of Education

Email: suu21148@kyokyo-u.ac.jp, ykuroda@kyokyo-u.ac.jp

あらまし：スーパーサイエンスハイスクール（以降、SSH）では、高等学校の理系クラスを中心に高度な理系科目の内容に関する先進的な取り組みが行われている。しかし、数学に関する取り組みは、理科に比べてかなり少ない。このことは、数学内容の抽象度が高く、実験・検証が容易でないために、学習者の発見過程に基づいた活動が困難であることが一因と考えられる。その打開策として、折り紙を用いたオリガミクスを数学教育に応用することで、学習者が様々な折り方を試行錯誤して、実験・検証することが可能になる。本稿では、発見過程に基づいた数学教材を開発し、京都教育大学附属高等学校の第2学年（文系発展クラス）を対象に、幾何に関するオリガミクスを用いた実践授業を行い、本教材の有効性を検証する。

キーワード：SSH, 発見過程, 数学教材, オリガミクス, ダイヤカット

1. はじめに

SSHは文部科学省が指定する高等学校を対象に行われている事業であり、その目的は、理系教科における教育内容の開発・充実のもと、理系教科に優れた科学技術人材の育成にある⁽¹⁾。SSH事業の代表的な取り組みのひとつとして、「SSH生徒研究発表会」がある。文部科学省・国立研究開発法人科学技術振興機構（JST）が支援のもとで、2004年度から毎年開催されており、SSH指定校の各校代表一組が研究成果を発表している。その口頭・ポスター発表内容

（2007年度から2014年度までの8年分、発表数1296件）について、数学、理科、その他の3項目に分類・整理すると、数学の占める割合が約5.5%（71件）、理科の占める割合が約92.0%（1193件）と、数学の占める割合が、かなり低いことが判明した⁽²⁾。

数学の占める割合が低い結果の要因としては、大きく次の2つが考えられる。

- (1) 高難度の概念・議論を要すること。
- (2) 仮説・予測に対して、実験・検証する方法が容易でないこと。

数学は、抽象度が高く、学習者自らが原理・法則を発見し、その問題自体の考え方や解法に対する妥当性の検証を行うまでの一連の流れ（発見過程）に、困難性を有することが一因と考えられる。また、受験等の主要教科の一つであることから、通常の授業形式は、知識伝達型の傾向が強いといえる。

しかし、数学教育の本来の目的を考える上では、数学知識の蓄積や数学内容を理解する力とともに、数学的思考力や自ら問題を見いだす際に必要となる構想力の育成も重要な柱といえる。したがって、SSH等の自由度の高い授業枠組みの中にあたっては、数学的思考力や構想力を育成する取り組みを、積極的に取り入れていくことが重要であろう。その具体化

に際しては、学習者自身が発見過程に基づいて、仮説・予測を創造し、実験・検証をするまでの、いわば科学的思考方法を実際に体験できるような数学教材の開発が不可欠である。

そこで、本稿では、折り紙（オリガミクス）を用いた学習者の発見過程に基づく数学教材の開発を行う。そして、SSH（理系クラス）を対象とする前段階として、京都教育大学附属高等学校の第2学年（文系発展クラス）を対象に、教育実践を実施し、その有効性を検証することを目的とする。

2. オリガミクスを用いた数学教材の開発

2.1 折り紙の数理

今日、折り紙に関する研究は、数学、工学、生物学、計算機科学、教育を含み様々な分野で取り込まれ、学際的・科学的な広がりを持つようになっていく⁽³⁾。この折り紙が数理的に発展して、オリガミクスが誕生した。オリガミクスは、それ自体が数学的に発展する内容であるとともに、数学教育としての価値も有する。実際に紙を折る活動は、試行錯誤をする中で、学習者の多様な考えを創出し、その実験・検証が可能であることから、科学的思考方法を促すことができる数学教材の開発の可能性を有する。

2.2 ダイヤカットの数理的分析

ダイヤカットとは、トラス（三角形の骨格構造）を立体的に組み合わせた、切り細工のような独特の形のことであり⁽⁴⁾、身近なところでは、図1の左図の、「キリンファイア挽きたて微糖・2014年度モデル（以降、FIRE 缶）」の缶コーヒーに応用されている。FIRE 缶の側面にダイヤカットを施すことで、缶自体の強度が増し、軽量化によるコスト削減を実現している。図1の右図は、ダイヤカットの一段部分

の缶モデルを、紙で展開図から作製したものである。

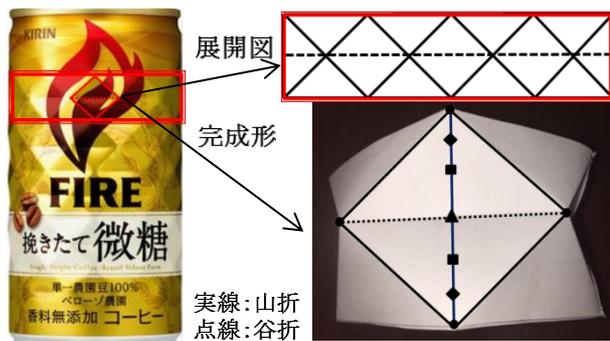


図1 オリガミクスを用いた FIRE 缶のモデル作製

ダイヤカットの点、線、面、角、角度などの幾何内容の特徴や成り立つ性質について、オリガミクスを用いて数理的な分析を行うと、次のことが判明した。

図1の右図において、三角形の垂心(●)は、缶モデルの突出部(山)、外心(▲)は、窪んだ部分(谷)に現れており、重心(■)は、四角形の対角線上を3等分した位置にある。内心(◆)は、大きな特徴が見られなかった。なお、傍心も同様である。

三角形の外心、重心、垂心、内心(以降、四心)を通る縦に引かれた実線は、オイラー線である。オイラー線とは、三角形の外心、重心、垂心(以降、三心)が一直線上に並んでいるときの直線のことであり、オイラーの定理から導出される。このことは、三角形の四心を折って作図する過程の中で、定理に接近することができ、その証明においても、補助的な役割を果たすことが明らかになった。

缶モデルの立面図において、各オイラー線を縦方向に連結させると、最小8本で描くことができる。また、缶モデルの平面図において、その形状は正8角形であり、正8角形の頂点の数とオイラー線の数が一致した。このことは、缶モデルと展開図における三角形の四心とオイラー線を相互に対応させることで、実際に検証することができた。

3. オリガミクスを用いた教育実践

3.1 教育実践の概要

対象：京都教育大学附属高等学校，第2学年，文系発展クラス，計32名

日時：全3時間，2015年7月15日(40分×1回)，7月16日(40分×2回)

内容：数学Aの「図形の性質」(平面・立体幾何)，三角形の四心の数理(1時間目)，ダイヤカットの数理(2・3時間目)

3.2 教育実践の分析と考察

1時間目では、「オリガミクスを用いて三角形の四心の相互関係(オイラーの定理)を理解すること」を目標とした。まず、基本的な作図方法を確認した上で、任意に三角形を作図させた。次に、三角形の四心の作図可能性、および四心の相互関係の分析を

課題として与えた。三角形の四心は、大半の学習者が作図することができ、中には、図2のように、四心の性質の活用や折る順番を変えて、折る回数を最小限に抑える工夫をしていた。分析では、四心の作図により複数の折り線が付くため、オイラー線の存在に気づきやすいことが判明した。また、「どんな三角形でも三心は一直線上に並ぶのか」などの数理的な原理に対する疑問が挙がった。その後、オイラーの定理、三角形の四心の相互関係により、三角形の形状が特定できることを伝え、折って検証した。

2・3時間目では、「オリガミクスを用いて缶モデルを作製し、その分析を行うこと」を目標とした。前時の内容を活用して、展開図を作製した。大半の学習者が図3のように、缶モデルを作製することができ、分析では、「オイラー線が8本引ける(13名)」「垂心が尖っている部分に現れる(12名)」「外心が凹んでいる部分に現れる(9名)」「平面図が(正)8角形になる(3名)」のうち、いずれか一つを全員がワークシートに記入していた(27名)。これらの妥当性については、新たに作図線を導入する、缶モデルと展開図を対応させることから検証していた。

O: 外心, G: 重心, H: 垂心

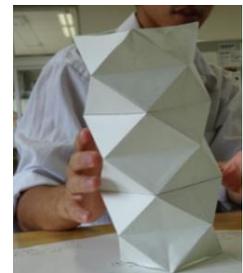
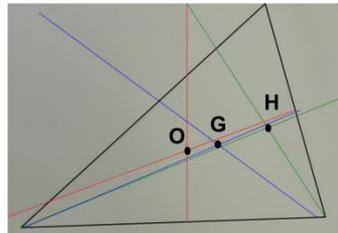


図2 性質を活用した三心作図

図3 缶モデル作製

4. 結語

オリガミクスを用いた数学教材の開発、および教育実践の結果から、次の2つの有効性を見出した。

- ・学習者自らが問題を発見し、実際に実験・検証が可能であり、科学的思考方法を体験できる数学教材であること。
- ・折る活動の中で、成り立つ性質に対する一般化の意識の芽生えや、新たな問題・解法の発見など、数学に対する発展した捉え方が可能であること。

参考文献

- (1) 小林淑恵, 小野まどか, 荒木宏子: “スーパーサイエンスハイスクール事業の俯瞰と効果の検証”, 文部科学省科学技術・学術政策研究所第1調査研究グループ, pp.1-6 (2015)
- (2) 葛城元, 黒田恭史: “SSH 事業における「数学」の取り組みの実態とその検証 - 「生徒研究発表会」と「意識調査」を事例として - ”, 数学教育学会夏季研究会関西エリア, pp.1-4 (2015)
- (3) 野島武敏, 萩原一郎編: “折り紙の数理とその応用”, 共立, (2012)
- (4) 第一宇宙技術部門ホームページ: “宇宙工学のスピンオフ”, JAXA, (最終検索日:2016.2.4), <<http://www.rocket.jaxa.jp/basic/knowledge/spinoff.html>>