

## モバイルデバイスに対応した線形代数における 行列変形アルゴリズム学習システムの改良

### Further Development of a Mobile Learning System for Matrix Deformation Algorithms in Linear Algebra

樋口 三郎<sup>\*2</sup>

Saburo HIGUCHI<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup>龍谷大学先端理工学部

<sup>\*1</sup>Faculty of Advanced Science and Technology, Ryukoku University

Email: hig@math.ryukoku.ac.jp

**あらまし**：理工系大学低年次で学ぶ線形代数には、行列が入力されたとき、基本変形と呼ばれる基本的操作を特定の順序で行って、得られる行列を出力として返す形のアルゴリズムが多く存在する。この学習をモバイルデバイス上で効率よく実行するシステムを開発している。大学初年次の授業で試用したところ、従来からある基本変形と行列式の計算を混同する学習者、このシステムを導入して試行のコストが減少したため見通しなく計算を繰り返す学習者、が観察された。これらの学習者を支援するため、その時点までの計算の履歴を常時表示する機能を追加した。

**キーワード**：eラーニング、数学オンラインテスト、線形代数、チュータリングシステム

#### 1. はじめに

数学のeラーニングの普及が進んでいる。例えば、STACKはLMSであるMoodleの小テストの問題タイプであり、数式処理システムMaximaをエンジンとして、数学の問題のランダム生成と、学習者の数式による解答の自動採点とフィードバックを行える<sup>(1)</sup>。

一般に、数学の学習では、学習者が、最終的な答だけでなく、論理的な説明や計算過程や証明が重視される。実際、紙上の数学の演習問題では、解答に至る過程の記述を求めることが多い。

このような論理的過程をeラーニングで自動評価するには困難がある。等号で結んで数式を計算する過程、論理式を同値変形する過程に限定しても、変形の前かが等しいかどうかは数式処理システムで判定しうるが、学習課題に即した過程の記述として飛躍があるかどうかの判定は容易でない。

仮に自動評価が可能だとしても、過程をすべてシステムに入力することは、学習者に、紙への記述よりも多い労力を要求することになる可能性がある。等号で結んで計算する場合などでは、式のごく一部を変形するだけでも全体を書くのが普通である(あるいは、変形する部分を変数に一時的に代入するような手続きを記述する必要がある)。

数学のすべての分野についてこの2つの困難を克服したeラーニングシステムを構築することは望ましいが困難である。ここでは数学の中でもこれらの困難を扱いやすい分野においてシステムの構築を試みる。具体的には線形代数の行列変形アルゴリズムを取り上げる。

行列の基本変形とは、行列の1行の全成分を一斉に非零定数倍する、ある行を定数倍して他の行に加える、2行を交換する、からなる操作の集合である。

基本変形は行列の階数やジョルダン標準形を変えないことから、与えられた行列に対して、基本変形を部品として、基本変形の列を組み立てて適用することにより、与えられた行列を求められる形に変形するアルゴリズムが多く存在する。よく知られたものとしてガウス-ジョルダン法があり、連立1次方程式の求解や行列式の計算などに用いられる。<sup>(2)</sup>

行列変形アルゴリズムの学習目標を、あらかじめ定められた基本変形をアルゴリズムに従った順序で与えられた行列に適用できること、とすれば、学習者が入力すべき過程は変形の列、すなわち基本変形のタイプ、行番号、係数という組の列であり、選択方式で入力できる。この入力、同じ成分を何回も手書きで写すより容易である。

従来の紙上の演習では、学習者が具体的な行列にアルゴリズムを適用して、行列の変形の様子を順に紙に記述していくことが行われてきた。その際に本質的でない計算ミスが起きることがある。直接的に変形を入力すれば、そのような計算ミスで学習が阻害されることがない。また、入力された変形の列がアルゴリズムに従っているかどうかあいまいさなく判定が可能である。

#### 2. 授業での試用と問題点

報告者は、このアイデアに基づき、数の四則演算と基本変形の行列への作用を理解している学習者が、基本変形の列を適切に組み立てることを学習するためのシステムを、共同研究者と共に開発してきた。特に、システムをスマートフォンでの実行に対応させ<sup>(3)</sup>、普通教室での授業実で試用し観察を行った<sup>(4)</sup>。

学習者は、意図通り、単純な計算ミスに煩わされることなく変形を行い、アルゴリズムを学習した。

一方、変形の入力の容易さが予期しない形で働

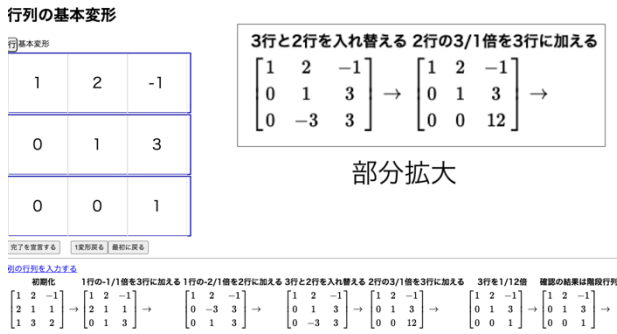


図 2 改良されたシステムでの基本変形による簡約行列への変形の過程の表示

いた。変形の入力やその取消が簡単に行えるため、十分に考えずに、また適当に変形を繰り返して何とかアルゴリズムの出力に到達すればよい、と考えていることを疑わせる操作の例が観察された。これは、学習目標が、正しい出力を得られるだけでなく、アルゴリズムを正しく適用できることであることが伝わっていなかったことを意味する。また、システムが変形途中の1つの行列を表示し、変形の列に注目させる表示になっていなかったことも原因として考えられる。

さらに本システムの使用後に紙で評価を行うと、ガウスジョルダンのアルゴリズムと、定数倍を保持した行列式の計算とが区別できていない学習者が観察された。これは、変形の列を表示していなかったため、行列と行列式という2つの対象の差が強調されなかったためである可能性がある。

この2点を解消すべく、変形の列を常時表示するようにシステムの改良を行った。

### 3. 改良されたシステムの仕様

バックエンドは従来のシステム<sup>(2)(3)</sup>と共通で、学習履歴を記録するデータベースを備えたアプリケーションサーバと Web サーバからなる。教授者は PC のブラウザを用いて設定を行う。一方学習者は、スマートフォンやタブレットなどのモバイル端末の Web ブラウザ上で学習を行う。

システムは、各学習者が扱っている行列、それに対して行った行基本変形、その時刻を記録する。上で述べた問題を解決するため、開始からその時点までの変形の過程を紙に手書きするのと同じような形で常時表示するようにした(図 1,2)。

数式の表示には MathJax を用いる。基本変形の適用に加え、直前の変形を取り消す undo 操作があり、これも記録するが、直前の操作を表示しないという形で過程表示には反映する。また、「最初からやり直す」操作があり、これも記録するが、この操作以降だけを表示するという形で過程表示に反映する。これにより、過程表示は、紙のテストで、鉛筆と消しゴムで不要部分を消去した、清書された過程に相当

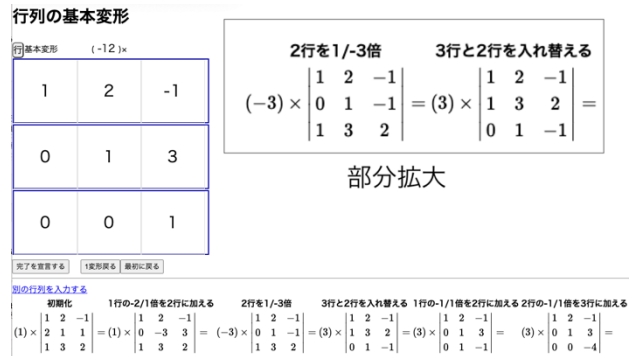


図 1 改良されたシステムでの基本変形による行列式の計算過程の表示

するものになる。この部分がアルゴリズムに従ったものができるようになる、という形で、学習目標を具体的に示すことができる。

また、行基本変形による行列式の計算の場合は、括弧による行列と変形の矢印でなく、縦棒による行列式と等号で表示し、係数もあわせて表示する(図 2)。

### 4. 改良されたシステムの評価

本システムはモバイルデバイス上で仕様通りに動作することを報告者および協力者が確認した。

今後は、学習者として想定される大学生によるユーザビリティの検証、線形代数の適切な学習段階にある被験者によるこの機能の効果の検証を行うことが必要である。さらに、授業で実際に学習に使用しての検証を行う予定である。

### 5. まとめ

線形代数において、行列に基本変形を次々に作用させる操作を繰り返すことによりモバイルデバイス上で学習を行い、その操作履歴を記録するシステムの改良を行った。授業で試用を通した明らかになった問題点を解消するため、操作の追加のたびに履歴を表示する機能を追加した。

#### 参考文献

- (1) 中村泰之, 秋山實: “STACK と Moodle による数学 e ラーニング”, 数理解析研究所講究録 Vol. 1735, pp. 9-15 (2011)
- (2) 薩摩順吉, 四ツ谷晶二: “キーポイント線形代数”, 共立出版 (1992)
- (3) 田中円, 樋口三郎: “モバイルデバイスに対応した線形代数における行列変形アルゴリズム学習システムの開発”, 教育システム情報学会 第 43 回全国大会論文集, pp. 153-154 (2018)
- (4) 樋口三郎: “基本変形による行列簡約化の学習支援システムとその授業内での試用”, 数理解析研究所講究録 2142, pp. 169-173 (2020)