シミュレーションを利用した peakshift 法の適用範囲検討

Verification and Validation of Peakshift Method with Simulation

高橋 聡[*1]，北澤 正樹[*2]，吉川 厚[*3]
Satoshi TAKAHASHI[*1], Masaki KITAZAWA[*2], Atsushi YOSHIKAWA[*3]
[*1] 関東学院大学
[*1]Kanto Gakuin University
[*2] 北澤技研
[*2]Kitazawa Tech
[*3] 東京工業大学
[*3]Tokyo Institute of Technology
Email: satotaka@kanto-gakuin.ac.jp

あらまし：本研究では peakshift 法の適用可能範囲について分析を行う．peakshift 法とは，異なる試験群に対する組織ごとの合格者数に基づいて，試験の難易度を評価する手法である．本研究では，試験群を各大学の入学試験とし，組織を高校として評価を行う．まず，シミュレーションを利用して，大学毎の入試難易度の分散や高校毎の学力の分散などに対する peakshift 法の感度分析を行う．さらに，実際の受験データを利用し，シミュレーション結果の妥当性検証を行う．

キーワード：Peakshift，大学受験，項目反応理論

1. はじめに

数多くの試験結果が保存されている．一方でそれらは，個別の試験内容で構成されているため，試験間の難易度の比較を直接行うことは難しい．異なる試験でも IRT(Item Response Theory)[(1)]などの手法を利用すれば，相対的な評価が可能となる．しかし，IRT では試験間に共通問題が含まれている必要があり，通常，計画的に試験問題が作成されている．そのため，独自で実施されている試験間の比較を行うことはできない．

この課題に対して我々は peakshift 法を提案した[(2)]．peakshift 法とは，異なる試験群に対する組織ごとの合格者数に基づいて，試験の難易度を評価する手法である．これにより，これまで個別に蓄積されてきた試験の相対的な難易度評価が可能となる．

本論文ではこの peakshift 法の適用範囲について検討する．なお，試験として大学入学試験を，組織として高等学校（以下，高校）を題材とする．

2. peakshift 法

peakshift 法のアルゴリズムの概略は以下の通りである．なお，可読性を考慮して，試験を大学，組織を高校としてアルゴリズムを記述した．また，高校数を m，大学数を n，ループ回数を i と置く．前提条件として，最高難易度の大学は与えられているものとし，(1)において初期大学群 U_1 として使用している．これは，大学受験を題材とした場合，東京大学などが該当する．

(1). 初期大学群 U_1 を難易度 1 位とする
(2). 大学群 U_i への合格率の合計が高い高校を $\lfloor |U_i| \times m \div n \rfloor$ 校だけ選択し，これを高校群 H_i とする
(3). 高校群 H_i からの合格率を用いて，難易度順位未決定の大学を X-means によりクラスタリングする
(4). 高校群 H_i からの合格率の平均値が最も高いクラスタに属する大学を新たな大学群 U_{i+1} とする
(5). 大学群 U_{i+1} を難易度順位 i+1 とする
(6). 難易度順位未決定の大学が無くなった場合は終了する．難易度順位未決定の大学が存在する場合は(2)へ戻る．

peakshift 法では，(3)において X-means を使用しているため，結果にランダム性が存在する．そのため，複数回試行を行い，大学の平均難易度順位を算出する．そして，その平均難易度順位を順位として並び替え最終的な難易度順位とする．これは，平均難易度順位が整数値とならないためである．

3. 仮想データによる検証

3.1 シナリオ

一都三県の 2017 年の大学偏差値ランキングおよび高校別の大学への合格者数を参考に，表 1 のシナリオでシミュレーションデータにより仮想の合格者データを作成した．データの算出方法は以下である．

(1) 高校間の学力分布の平均値，高校間の学力分布の標準偏差，高校数を用いて，正規分布で高校毎の平均学力分布を生成する．
(2) (1)で生成した各高校の平均学力，高校内の学力分布の標準偏差，各高校の生徒数を用いて，正規分布で高校毎の生徒の学力分布を生成する．
(3) 大学の期待学力の平均値，大学の期待学力の標準偏差，大学数を用いて，正規分布で大学

毎の期待学力分布を生成する．
(4) (2)で生成した生徒が受験する大学を決定する．この決定では，大学受験選択の際の学力差分上限・下限，(3)で生成した大学毎の期待学力分布を利用する．
(5) 大学の期待学力が高い大学から順に，大学受験者の上位から大学の入学者数まで入学者を決定する．より上位の大学で既に入学者として判定された生徒は，入学者として使用しない．
(6) 大学毎に，入学者の中で最も低い学力より高い学力の受験者（生徒）をすべて合格者として判定する．

シナリオ 1 では，高校間の期待学力と大学の期待学力の標準偏差の大小の影響を検討した．これは，教育政策などにより，高校間の学力の差が広がった場合や狭まった場合を考慮したシナリオである．

シナリオ 2 では，大学受験選択の際の学力差分上限・下限の大小の影響を検討した．これは，景気動向などにより，受験できる大学数や挑戦する大学の上限が影響を受けることを考慮したシナリオである．

表 1 シミュレーション設定

パラメータ	シナリオ 1	シナリオ 2
シミュレーション回数	100	100
高校数	1000	1000
高校間の学力分布の平均値	50	50
高校間の学力分布の標準偏差	1,3,5,⋯.19,21	10
高校内の学力分布の標準偏差	10	10
各高校の生徒数	300	300
大学数	100	100
大学の期待学力の平均値	50	50
大学の期待学力の標準偏差	1,3,5,⋯.19,21	10
各大学の入学者数	1500	1500
大学受験選択の際の学力差分上限	5	1,3,5,7,9,11
大学受験選択の際の学力差分下限	5	1,3,5,7,9,11

3.2 仮想データの検証結果

シナリオ1および2の結果を図1および2に示す．シナリオ 1 では，高校間の期待学力と大学の期待学力の標準偏差がそれぞれ 11 以上程度で安定して順位相関係数0.9以上程度の値を示している．一方で，それ以下の値になると順位相関係数は下がっていく．

シナリオ 2 では，全域に渡って順位相関 0.8 以上程度の値を示しており，大学受験選択の際の学力差分上限・下限の大小には影響を受けにくいことがわかる．

4. 実データによる検証

一都三県の 2017 年の大学偏差値ランキングおよび高校別の大学への合格者数を利用して検証を行った．なお，塾および出版社の公表データ（A, B, C 社の 3 つ）を利用した．

100 回の試行の平均値を取った結果，順位相関係数は A 社 0.90，B 社 0.86，C 社 0.89 となった．

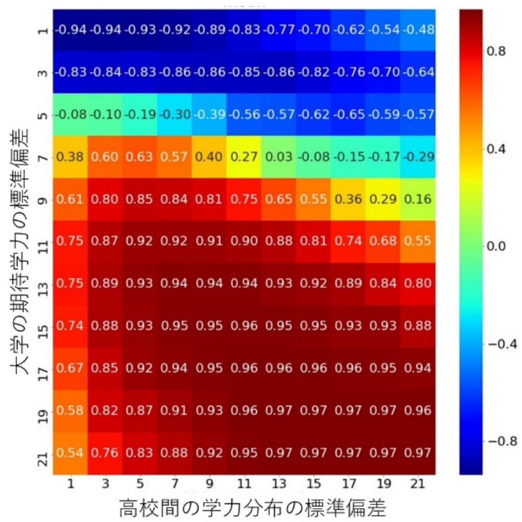

図 1 シナリオ 1　順位相関ヒートマップ

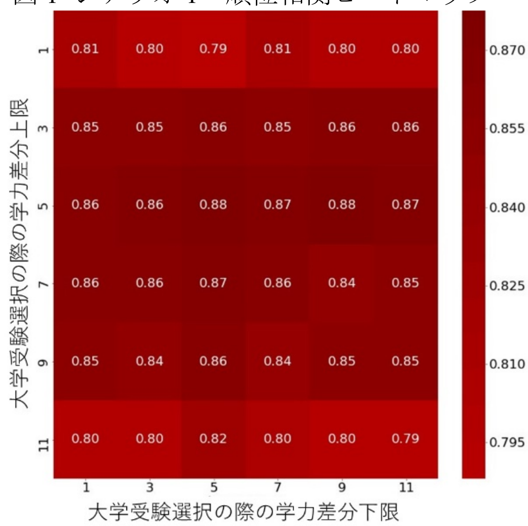

図 2 シナリオ 2　順位相関ヒートマップ

5. まとめ

本論では peakshift 法の適用可能範囲について検討した．仮想データの検証結果から，高校間の期待学力と大学の期待学力の標準偏差がそれぞれ 11 以上程度の場合に順位相関係数 0.9 以上の値を示すことがわかった．また，大学受験選択の際の学力差分上限･下限の大小の影響は受けにくいことがわかった．

さらに，実データを用いた検証では順位相関係数は 0.8~0.9 程度の値となった．実データはシナリオ 1 において，高校間の期待学力と大学の期待学力の標準偏差がそれぞれ 10 程度の場合に対応するため，図 1 の結果とほぼ一致していることがわかる．

参考文献

(1) Hambleton, R. K. and Swaminathan, H.: “Item response theory: Principles and applications”, Springer Science & Business Media, New York （2013）
(2) 青木亮磨，北澤正樹，高橋聡，吉川厚，山村雅幸: “系統的な欠損を持つデータにおける項目序列決定手法の提案” , 2019 年度 JSiSE 学生研究発表会・発表論文, pp.63-64