

問題分類演習で明らかになる数学の問題解決上の誤りの分析

Analysis of Learning Mistakes in Mathematics on Problem Classification Exercise

周藤 祐汰^{*1}, 高木 正則^{*1}, 山田 敬三^{*1}, 佐々木 淳^{*1}
Yuta SUDOU^{*1}, Masanori TAKAGI^{*1}, Keizo YAMADA^{*1}, Jun SASAKI^{*1}

^{*1} 岩手県立大学ソフトウェア情報学部

^{*1} Faculty of Software and Information Science, Iwate Prefectural University

Email: g031n091@s.iwate-pu.ac.jp, ([takagi-m](mailto:takagi-m@s.iwate-pu.ac.jp), [k-yamada](mailto:k-yamada@s.iwate-pu.ac.jp), [jsasaki](mailto:jsasaki@s.iwate-pu.ac.jp))@iwate-pu.ac.jp

あらまし：問題文を読んで立式し、計算して答えを求める数学のテストでは、計算過程と答えが書かれた解答用紙から学習者の問題解決上の誤りのすべてを検出することは困難である。そこで、本研究では、読んだ問題を解法ごとに分類する問題分類演習を提案し、問題解決上の誤りの検出を試みた。また、大学の授業で実践した結果から、誤りの検出手法を検討した。

キーワード：問題分類演習、数学教育、学習履歴分析

1. はじめに

岩手県立大学ソフトウェア情報学部の数学リメディアル科目「情報基礎数学」では、毎回の授業で確認テストを行っており、テスト後にはテストで分かったことや学習方法で良かった点、悪かった点を振り返りシートに記載させている。この振り返りシートを分析した先行研究⁽¹⁾では、成績上位者は成績下位者より振り返りシートへの記述量が多く、記述内容には具体的な原因や対策が書かれている傾向があった。一方、成績下位者は記述量が少なく、具体的な改善点や対策に関する記述がなく、あいまいな記述が多い傾向があった。この結果は、成績下位者は自身の誤りを特定できていないことを示唆している。この原因として、テスト後の振り返りに活用される解答用紙には、答えを導く途中式や問題の解答が記載されているが、問題を解く際の学習者の思考過程が記載されないため、その思考過程に問題を解決するうえでの誤りが存在した場合、具体的な改善点や対策に気付けない可能性があると考えた。

そこで、本研究では、数学の学習においてテストの解答用紙に現れない学習者の問題解決上の誤りの検出を目的とし、数学の問題分類演習を提案する。また、大学の授業で問題分類演習を実践した結果を用い学習者の数学における問題解決上の誤りを分析した。

2. 問題分類演習の概要

2.1 問題分類演習の定義

本研究における問題分類演習とは、ある特定の解法によって分類された問題のグループが複数提示され、このいずれかのグループと同じ解法で解くことができる問題を各グループに分類する演習である。

実際の演習では、まず、提示された全グループの問題例を読み、各グループに所属する問題で使われ

る知識や解法を把握する。次に、分類対象の問題群の問題を読み、問題群の各問題で使われる知識・解法を把握して、最も類似する解法を使って解いているグループに各問題を分類する。

2.2 誤りを可視化する問題分類演習の問題の要件

解答用紙に現れない問題解決上の誤りを検出するため、数学の問題を解く過程を調査した。数学的問題解決過程について、植阪ら⁽²⁾は問題文の逐語的理解を行う過程、状況の全体的理解を行う過程、解法を探索する過程、計算を実行する過程の4つに分類し、問題文の逐語的理解と状況の全体的理解を理解過程、解法の探索と計算の実行を解決過程と分類している。この場合、解法の探索と計算の実行は途中計算と計算結果に反映されるため、学習者の解答用紙に誤りが出現する。しかし、問題文の逐語的理解と状況の全体的理解は解答用紙に記載する前の過程であり、解答用紙には思考過程が残らない。そのため、「解答用紙に現れない問題解決上の誤り」を検出するためには理解過程を問うことが必要である。

また、理解過程を問う上で、与えられた問題文の状況を整理することが非常に重要である。そのため、問題文に存在する数学的な用語のみで問題が分類できてしまうことは、状況の全体的理解の観点から望ましくないと考えられる。よって、問題分類演習で出題する問題の構成要件を以下の通り定義する。

- ・ 問題文の逐語的理解を問うことができる
- ・ 状況の全体的理解を問うことができる
- ・ 問題文の中にグループを識別できる単語が入っていない

3. 問題分類演習の実践 1

平成29年11月20日に本学で開講された情報基礎数学Bの受講者を対象に問題分類演習を実施した⁽³⁾。問題は順列と組合せの範囲から出題した。問題分類

演習の結果を表 1、問題分類演習の得点とその他の学習結果との相関を表 2 に示す。表 2 の確認テスト平均点とは、各授業に実施された 10 点満点の小テスト 7 回分の平均点であり、ヒント閲覧回数はこの授業の予習課題となっている e ラーニング教材での学習時のヒントを閲覧した回数、プレイズメントテストの得点は、入学前に実施される学力診断テストの得点 (100 点満点) である。

表 2 から問題分類演習とプレイズメントテストの得点に弱程度の相関があることが確認できる。ヒント閲覧回数は、理解度が高い学習者ほどヒントを見ずに問題に解答できるため、問題分類演習の得点と弱い負の相関が見られたと考えられる。一方、確認テスト平均点と問題分類演習の得点は無相関であった。これは、授業ごとに実施される確認テストでは、解法がその授業で実施している内容に固定されてしまい、複数の単元で使われる解法の中から適切な解法を選択する必要がないため、複数の解法グループから適切な解法グループを選択する問題分類演習の得点とは相関がなかったと考えられる。

表 1 問題分類演習の結果

満点	20
平均点	3.5
最高点	12
最低点	0
標準偏差	3.5333

表 2 問題分類演習の得点と学習ログとの相関

確認テスト平均点	0.0631
ヒント閲覧回数	-0.345
プレイズメントテストの得点	0.303

4. 問題分類演習の実践 2

問題分類演習の結果からどのような学習者の誤りを検出できるかを調査するため、本学で実施されている情報基礎数学 C の再履修者向けの集中講義で問題分類演習を実施した。対象者は受講者の 4 名で平成 30 年 2 月 26 日にベクトルの単元で実施した。問題分類演習では、単元 A (ベクトルの内積)、単元 B (ベクトル方程式)、単元 C (位置ベクトル) の 3 つに 2 問ずつ問題を分類できるように出題した。

問題分類演習の結果と期末テストのベクトルの問題 (各単元 2 問、合計 6 問) 部分の解答用紙を比較し、その結果を学習者ごとに分析した。分析結果を表 3 に示す。表 3 の学習者 A は、問題分類演習を全問正解したが、期末テストのベクトルの問題 6 問の正答率が最も低かった。学習者 A の解答用紙を分析した結果、公式の適用は正しく行っているが、公式

そのものを誤って覚えていた傾向が明らかになった。この結果は、問題分類演習では、問題の概念的な理解を問うことができるが、公式の定着を問うことができないことを示唆している。

期末テストのベクトルの正答率が最も高い学習者 D は、問題分類演習ではベクトル方程式の媒介変数に関する問題を誤答しており、期末テストも同様な問題を誤答していた。この時、解答用紙では立式そのものを間違えており、概念的にこの単元を理解できていないということが示唆された。以上より、問題分類演習では、解答用紙を確認することなく分野、単元の概念的な理解ができていないかを調べることができ、他のテストの結果や解答用紙の途中式も一緒に分析することで、学習者の具体的な誤りを特定できることが期待される。

表 3 各学習者の問題分類演習と期末テストの結果

	問題分類演習 正答数 (各単元 2 問)			期末テスト 正答数 (各単元 2 問)		
	単元 A	単元 B	単元 C	単元 A	単元 B	単元 C
学習者 A	2	2	2	0	0	1
学習者 B	0	2	1	1	1	1
学習者 C	1	1	0	1	0	1
学習者 D	1	1	1	2	1	1

5. おわりに

本研究では、学習者の問題解決上の誤りを特定するため、問題分類演習を提案し、大学の授業で実践し考察を行った。その結果、問題分類演習では、数学の概念的な理解ができていないかを問うことができると示唆された。また、複数のテストの結果を用い、具体的な誤りの特定を行うことが可能であると考えられる。今後は、問題分類演習で明らかになる学力と他のテストで明らかになる学力の関連性を明確にする、さらに、学習者の問題解決上の誤りをパターン化し、それに学習者を分類することで、学習者の具体的な誤りを特定する手法を検討する。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP17K01139 の助成を受けたものです。

参考文献

- (1) 澤里耕太郎, 高木正則, 山田敬三, 佐々木淳: "学習者ログの可視化と自己評価・相互評価による振り返り支援システムの提案", 情報処理学会第 78 回全国大会 (2016)
- (2) 植阪友理, 鈴木雅之, 清河幸子, 瀬尾美紀子, 市川伸一: "構成要素型テスト COMPASS に見る数学的基礎学力の実態「基礎基本は良好, 活用に課題」は本当か", 日本教育工学会論文誌, Vol.37, No.4, pp.397-417 (2014)
- (3) 周藤祐汰, 高木正則, 山田敬三, 佐々木淳: "誤りの可視化を目的とした数学の問題分類演習の実践と評価", 情報処理学会第 80 回全国大会 (2018)