

中学校数学科合同証明を対象とした 証明構造理解支援 Web アプリの設計・開発に関する研究

Development of a Web based Application for Understanding Structure of Geometric Proof in Junior high School

濱田 さとみ^{*1}, 横山 誠^{*2}, 鷹岡 亮^{*3}, 山田 政寛^{*1}
Satomi Hamada^{*1}, Makoto Yokoyama^{*2}, Ryo Takaoka^{*3}, Masanori Yamada^{*1}

^{*1}九州大学大学院人間環境学府

^{*1}Graduate School of Human-Environment Studies, Kyusyu University

^{*2}株式会社エスブレイン

^{*2}ESBrain, Inc.

^{*3}山口大学教育学部

^{*3} Department of Education, Yamaguchi University

Email: 2HE18305N@s.kyusyu-u.ac.jp

あらまし：初等幾何の合同証明を苦手とする生徒は少なくない。この要因の1つとして、教師が説明した証明の手順を暗記することに留まり、証明の構造についての理解ができていないことが考えられる。そこで、本研究では、中学校数学科三角形の合同証明において「証明構造」の理解を支援する証明構造理解支援 Web アプリを設計・開発し、その有用性について検証することを目的とする。本稿では、これまでの証明構造理解支援 Web アプリの評価実験の結果と課題について述べ、その結果に基づいて改良した Web アプリについて述べる。

キーワード：初等幾何証明、証明構造の可視化、証明構造ボード、理解支援 Web アプリ、中学校数学

1. はじめに

中学校数学科における初等幾何証明の単元では、仮定や結論、証明の根拠となることがらを踏まえて証明の進め方を理解した後、完成済みの証明に穴埋められた穴を学習者が埋める問題（以後、「穴埋め問題」と呼ぶ）から、白紙の状態から1人で証明を行う問題（以後、「白紙問題」と呼ぶ）に向かって穴埋めの箇所を変更しながら証明を理解させようと試みる指導が報告されている⁽¹⁾。過去10年間の全国学力・学習状況調査の図形領域の平均正答率を見ると、「穴埋め問題」の平均正答率が75%程度であるのに対して、「白紙問題」の平均正答率は30%程度となっている。これらの結果や質問紙調査の結果の分析から、国立教育政策研究所(2016)は「結論を導くために何がわかればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見だし、事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えたりする活動を取り入れ、証明できるようにすることが大切である」と述べている⁽²⁾。また、三角形の合同証明における学習者のつまづきの分析を行った小関ら(1987)によると、「白紙問題」を証明できなかった学習者の中で、約4割の学習者は三角形の合同を証明するためには3つの条件が必要であることを指摘できているものの、証明の手順をつかめていなかった⁽³⁾。その後の継続研究では、前回調査から12年後の様相を明らかにするために、同一の調査を前回調査の対象に近接した地域の公立中学校を対象として行っている。結果として、若干ではあるが理解度の上昇が見られたものの、中学校での図形の証明学習を終えた時点で全体の約1/4の生徒が証明の仕組みを理解しておらず、実際の指導上の問題点として考えなければならないと継続して指摘している⁽⁴⁾。こういった現状に対して、宮崎(2008)は証明の学習を9つの相に区分し3つに類型

化した上で、証明の構造の学習が基盤となり、証明の構造を理解した上で演繹的な考察が進められていくと指摘している⁽⁵⁾。したがって、証明の構造をイメージとして獲得しておくことが証明を記述する上で必要である。

以上を踏まえて、濱田ら(2018)は、中学校数学科三角形の合同証明の構造（「証明構造」）に焦点を当てた証明構造理解支援 Web アプリを設計・開発した⁽⁶⁾。本稿では、開発された証明構造理解支援 Web アプリの評価結果について述べ、その改善について検討する。

2. 証明構造理解支援 Web アプリの評価

開発した証明構造理解支援 Web アプリが「証明構造」のイメージを獲得することに対して効果があるかを検証するために評価実験を行った。評価実験はT中学校の第2学年の生徒23名を被験者とした。手順としては、(1)事前テスト、(2)証明構造理解支援 Web アプリを用いた課題の実施、(3)事後テスト、となっている。事前テストは、数学に関する意識調査と、基本的な証明問題の解答を問った。証明構造理解支援 Web アプリを用いた課題の実施は、4日間の昼休みの時間を使って実施した。事後テストは、証明構造理解支援 Web アプリの機能や操作方法に関する調査と、事前テストと同じレベルの基本的な証明問題を問った。事後テストの証明問題には、記述による解答形式だけでなく、本 Web アプリで可視化している「証明構造」を使用した解答形式も用意した。この評価実験における事前テストと事後テストの結果をもとに分析した「証明構造」の理解状況の変化を図1に示す。図1に示すように、本 Web アプリの使用によって「証明構造」のイメージを獲得した学習者や、そこからさらに記述による証明を可能とした学習者が存在したことから、本 Web アプリは

「証明構造」のイメージを獲得することに関しては有用であることがわかった。一方で、本 Web アプリは、基本的な「証明構造」しか取り扱うことができず、また、学習者自身が「証明構造」を組み立てる機能を備えていないため、「証明構造」に焦点を当てた支援としては不十分であるといった課題点が存在している。これらの評価結果・課題点をもとに証明構造理解支援 Web アプリを改善する。

3. 証明構造理解支援 Web アプリの改善

証明構造理解支援 Web アプリの評価実験を通して改善した点は以下の 2 点である。

第 1 に、「証明構造」に焦点を当てた学習支援に必要な機能として、「証明構造ボード」作成機能を追加した。この機能は、基本的な「証明構造」について学んだ後に使用されるものであり、証明を構成する要素（仮定・合同証明・相似証明・合同な図形の性質・相似な図形の性質・結論）をピースとして提供し、学習者自身が「証明構造ボード」を作成する機能である。Gal'perin (2012)の知的行為の多段階形成理論では、思考形式を獲得するための段階の 1 つとして、実際に外的行為として検証することの重要性が述べられている⁽⁷⁾。また、宮崎(2008)は、証明の構造を学習することにおいて、証明を全体として構成・認識した上で、推論の中に存在する関係を構成・認識するという階層性を指摘している⁽⁵⁾。これらの知見より、本機能は「証明構造」内の要素間の関係を生徒が実際に構成する環境を提供するため、「証明構造」のイメージを獲得するという点で、より有用になると推察している。また、「証明構造」の型を固定しないことで、生徒はより多くの証明問題に取り組むことができるようになるため、複雑な「証明構造」を対象とした学習が可能になるという点で必要な機能であると推察している。実際に改善した証明構造理解支援 Web アプリのインタフェースを **図 2** に示す。**図 2** は、右側の構造一覧から使用したい構造を選択し、左側のエリアにドラッグすることで、学習者自身の「証明構造ボード」を作成した様子である。実際に使用する際には、作成した「証明構造ボード」の上に図形の性質となるピース（例：対頂角は等しい）や、図形の関係性となるピース（例： $AB=CD$ ）をはめ込んでいくことにより、証明を作成する。

第 2 に、「証明構造」の理解から「証明の記述」を支援するための機能を追加した。この機能は、学習者が「証明構造ボード」を作成後、その証明の記述において必要な用語・記号となるピース（例： $\angle ABC$, $=$, ならば 等）を用いて証明の文章を作成する機能である。関口(1994)は「穴埋め問題」といった足場かけの仕方が、生徒たちが証明の見つけ方や書き方を内面化するのにどれだけ効果的であるかは

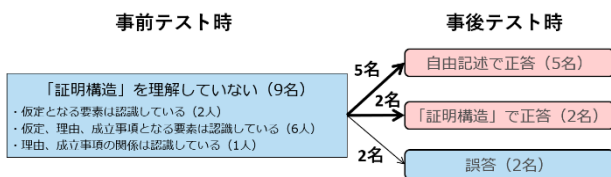


図 1 「証明構造」の理解状況の変化

個人差があると指摘している⁽⁴⁾。実際に、前述した評価実験で、一部の学習者は「証明構造」のイメージを獲得できたものの、記述による証明を行うことができなかった。そういった学習者に対しての足場かけとして、「証明構造」と「証明の記述」を対応させながら思考する環境を本機能は提供するため、必要な機能であると推察している。

4. おわりに

本稿では、中学校数学科三角形の合同証明における「証明構造」の理解を支援する証明構造理解支援 Web アプリの評価結果と、その改善案について述べた。今後は、「証明構造」を理解するための授業案を作成・実践し、その上で改善した証明構造理解支援 Web アプリの評価実験を行う予定である。

謝辞

本研究の評価実験にご協力いただいた T 中学校の皆様へ感謝申し上げます。本研究の一部は JSPS 科学研究費補助金 JP16H03080 の支援を受けている。

参考文献

- (1) 関口靖広：数学の教授・学習過程における Scaffolding について，第 27 回数学教育論文発表会論文集，pp.203-208(1994).
- (2) 文部科学省国立教育政策研究所：平成 19-28 年度全国学力・学習状況調査報告書。
- (3) 小関照純 編：算数・数学教育全書 2 図形の論証指導，明治図書(1987).
- (4) 国宗進：図形の論証に関する理解度の変化，日本数学教育学会誌第 82 巻 3 号，pp.2-12(2000).
- (5) 宮崎樹夫：中学校数学科における証明の学習の諸相を整理する枠組みの構築－証明の構造と，証明する活動に焦点を当てて－，第 41 回数学教育論文発表会論文集，pp.537-542(2008).
- (6) 濱田さとみ，横山誠，鷹岡亮：中学校数学科合同証明を対象とした「証明構造」の理解を支援する Web アプリの設計・開発に関する研究，教育システム情報学会学生研究発表会資料(2018).
- (7) P. la. Gal'perin：An Experimental Study in the Formation of Mental Actions, in E. Stones (Ed.), READINGS IN EDUCATIONAL PSYCHOLOGY, ROUTLEDGE LIBRARY EDITIONS：EDUCATION, pp.142-154(2012).
- (8) 加藤明孝：合同証明の構造を理解するための合同証明ボード開発についての研究，山口大学教育学部情報科学教育課程数理情報コース平成 28 年度卒業研究論文(2016).



図 2 改善した Web アプリのインタフェース