

モバイルデバイスに対応した線形代数における 行列変形アルゴリズム学習システムの開発

Development of a Mobile Learning System for Matrix Deformation Algorithms in Linear Algebra

田中 円^{*1}, 樋口 三郎^{*2}

Madoka TANAKA^{*1}, Saburo HIGUCHI^{*2}

^{*1} マースエンジニアリング

^{*1}Mars Engineering Corporation

^{*2} 龍谷大学理工学部

^{*2}Faculty of Science and Technology, Ryukoku University

Email: hig@math.ryukoku.ac.jp

あらまし：理工系大学低年次で学ぶ線形代数には、行列が入力されたとき、基本変形と呼ばれる基本的操作を特定の順序で行って、得られる行列を出力として返す形のアルゴリズムが多く存在する。このようなアルゴリズムの学習は、紙上で計算過程を再現することで行われることが多い。講義室での授業中に計算過程を学習者がモバイルデバイス上で効率よく再現するシステムを開発した。また、操作過程を時系列として記録して、学習者、教授者が利用することができる。

キーワード：eラーニング、数学オンラインテスト、線形代数、チュータリングシステム

1. はじめに

数学の e ラーニングの普及が進んでいる。数学の演習問題は、最終的な解答が数式であるものが多い。数式には構造と文法があり自由に組み立てられるため、学習者がコンピュータに入力する方法は自明でない一方、数式処理システムを利用して厳密に自動採点することができる。STACK をはじめとして、数学の問題のランダム生成と自動採点を行うシステムが利用されている⁽¹⁾。

紙上で実行する数学の演習問題では、最終的な解答に至る過程の記述を求めることが多い。これを e ラーニングで実行するには困難がある。まず、学習者が数式処理システムの文法に従って解答を入力する方式は学習者の入力負荷が高く、長い過程を入力するのに適していない。また、論理を自然言語で記述した場合には、これを自動採点するのは困難である。等号で結んで数式を計算していくような過程に限定しても、等号の両辺が等しいかどうかは数式処理システムで判定しうるが、過程の記述として飛躍があるかどうかの判定は容易でない。数学の問題の過程を解答させ自動採点する e ラーニングの実現は挑戦的課題と言える。

STACK などの数学オンラインテストは、大学書年次程度の関数・ベクトル・行列の問題を一般的に扱うシステムだが、対象を限定すれば、計算過程を学習者の負担になることなく入力し自動採点できる可能性がある。ここではそのような例として、線形代数における行列変形アルゴリズムを考える。

行列の基本変形とは、1 行の全成分を一斉に非零定数倍する、ある行を定数倍して他の行に加える、2 行を交換する、からなる操作の集合である。基本変形は行列の階数やジョルダン標準形を変えないこと

から、与えられた行列に対して、基本変形を部品として、部品の列を組み立てて適用することにより、与えられた行列を求められる形に変形するアルゴリズムが多く存在する。よく知られたものとしてガウス-ジョルダン法があり、連立 1 次方程式を解くことなどに用いられる。⁽²⁾

従来は、行列変形アルゴリズムを理解するための紙上の演習では、具体的な行列にアルゴリズムを適用して、行列の変形の様子を順に紙に記していくことが行われてきた。この計算過程を学習者がコンピュータに入力するのは難しくない。つまり基本変形のタイプ、行番号、係数だけを入力すればよい。コンピュータが基本変形に応じて、行列の成分を変更するなら、同じ成分を何回も手書きで写すよりもむしろ容易である。そこで、数の四則演算と基本変形の行列への作用を理解している学習者が、基本変形の列を適切に組み立てることを学習するためのシステムを構想した。

報告者は、池田の先行研究⁽³⁾をもとに、このような線形代数学習システムを開発してきた⁽⁴⁾。このシステムは、学習者が PC のブラウザ上でマウスとキーボードを使って行列の変形を行うものである。しかし、線形代数の授業や演習は、普通教室で実施されることも多い。授業の中で短時間だけこのシステムを使うことを考えると、PC を使用しなければならないことは強い制限である。そこで、従来のシステムを拡張し、学習者がスマートフォンやタブレットなどのモバイルデバイスで利用するのに適したフロントエンドを新たに開発した。

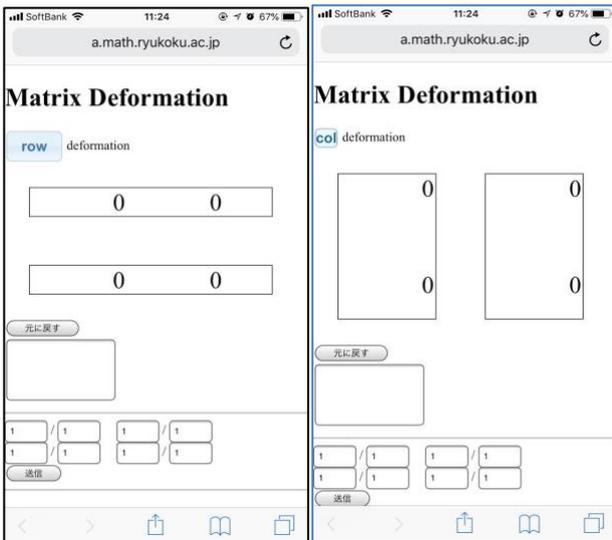


図1 モバイル端末上での表示

2. システムの仕様

バックエンドは従来のシステムと共通で、学習履歴を記録するデータベースを備えたアプリケーションサーバと Web サーバからなる。教授者は PC のブラウザを用いて設定を行う。一方学習者は、スマートフォンやタブレットなどのモバイル端末の Web ブラウザ上で学習を行う。

従来のシステムに対し、画面サイズを調整してモバイルデバイスで、実行可能とした。また、従来のマウス操作をタッチスクリーン対応とした(図 1)。タップとドラッグで、操作対象の行を直観的に指定できる。iOS の Mobile Safari, Android の Chrome に対応している。

システムは、各学習者が扱っている行列、それに対して行った行基本変形(および解答に到達したとする宣言)、その時刻を記録する。それらのデータを集約して表示するが、この表示はモバイルデバイス未対応である(図 2)。

また、従来のシステムでは行基本変形のみに対応していたが、列基本変形にも対応するように拡張した。行と列に対応するモードがあり、学習者ユーザが任意のタイミングで切り替えることができる。

3. システムの評価

本システムはモバイルデバイス上で 利用可能であることを開発者および協力者により確認した。

今後は、学習者として想定される大学生によるユーザビリティの検証、コースの中で実際に学習に使用しての検証を行う予定である。

4. まとめ

線形代数において、行列に基本変形を次々に作用させることで学習を行い、その操作履歴を記録するシステムについて、教室での授業中の使用を意図してモバイルデバイス対応を行った。

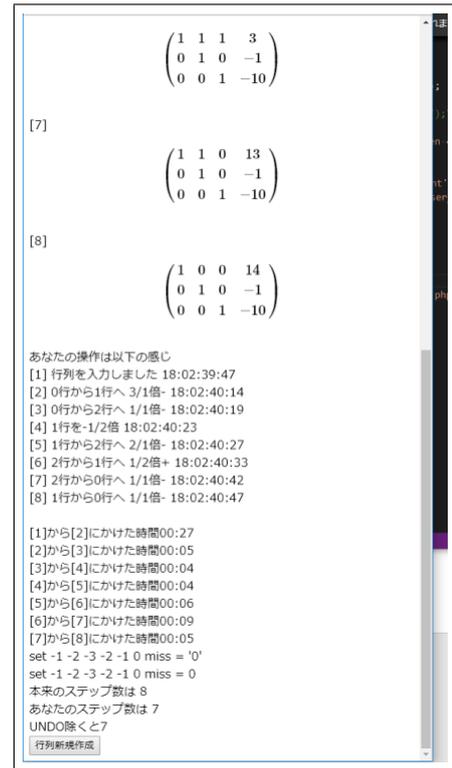


図2 基本変形の適用履歴の表示

本システムと比べられるシステムとして、モバイルデバイス上で動作する、行列を扱える関数電卓アプリがある。このようなアプリには、タッチ 1 回でジョルダン標準形を求めてくれるものがある。本システムは、単にモバイルデバイス上で行列を扱えるというだけでなく、基本変形を基本操作として学習者が操作の列を組み立てられること、その操作の過程を記録できることに特徴がある。

本システムは、行基本変形ばかりでなく列基本変形にも対応した。これにより、例えば、基本変形を用いた行列式の計算への拡張が可能である。ただし、小行列式展開なども使用可能にしようとする、複数の行列を保持してその中から変形する行列を選ぶような機能を新たに追加することが必要になる。

参考文献

- (1) 中村泰之, 秋山實: “STACK と Moodle による数学 e ラーニング”, 数理解析研究所講究録 Vol. 1735, pp. 9-15 (2011)
- (2) 薩摩順吉, 四ツ谷晶二: “キーポイント線形代数”, 共立出版 (1992)
- (3) 池田政裕: “行列の行基本変形支援 web アプリケーション”, 龍谷大学理工学部数理情報学科 2015 年度卒業論文, (2015)
- (4) 田中円, 樋口三郎: “線形代数における計算アルゴリズム学習支援システムの開発と評価”, 教育システム情報学会研究報告, 第 32 巻, 第 4 号, pp.47-52 (2017)