

emath 利用の行列計算用 TeX マクロの作成と大学初年次数学向け 演習問題および小テスト問題作成への利用

On the TeX macros based on “emath” to generate matrices and to execute matrix computations, and it’s application to generate problems for college mathematics

吉富 賢太郎

Kentaro Yoshitomi

大阪府立大学 高等教育推進機構

Faculty of Liberal Arts and Sciences, Osaka Prefecture University

Email:yositomi@las.osakafu-u.ac.jp

あらまし：emath は初年次数学教育を想定した TeX マクロ集であり，perl を TeX の `\write18` を用いて呼び出すことによりさまざまな機能を実現したものである．その中で整数演算機能と乱数生成機能に着目し，大学初年次での数学授業で利用する演習問題や小テスト問題を生成，またその解答例を自動作成するために行列計算・行列式 1 の行列とその逆行列の生成機能，置換（順列）とその符号数の生成機能を実装した．また，線形代数や微積分学において，問題ライブラリを作成し，Web 上で乱数生成小テストを実施できるようにした．その方法や効果について報告する．

キーワード：数学教育，オーサリング，TeX，eラーニング

1. はじめに

大学初年次の数学教育，特に線形代数と微積分学において，小テストや演習問題を作成・配布することは一般に広く行われている．線形代数におけるこのような問題の作成においてさまざまな要件を満たす適切な行列の生成は必須であり，そこに傾注される教員の労力は無視できないものと考えられる．

本稿では，このような労力を軽減し，適切な行列を随時作成支援する方法として，emath の演算機能と乱数生成機能を利用・拡張した各種条件を満たす行列の生成と解答例の自動生成等に利用するための自作マクロを紹介し，その実際の利用例を例示する．

また，筆者が提唱している eラーニング教材共有データベースサーバ⁽²⁾⁽⁴⁾との関連として，TeX による問題データライブラリの作成と利用の方法論についても言及する．

2. emath について

emath⁽¹⁾ は初等数学の教材作成を意図して作られた TeX(L^ATeX) 用のマクロ集であり，数式関連の L^ATeX マクロの一部の改良を含め，乱数機能，計算機能を TeX のシェル呼び出し機能を用い perl を使って実現している．計算機能は整数計算，分数計算，小数計算をサポートし，数式の表示マクロなどの付加機能やグラフ描画機能などが実装されている．

emath のマクロは，例えば整数演算であれば，図 1 のようにすることで，指定範囲の整数の乱数の生成やそれらの各演算を実行することができる．`\calcval[d]` は，perl を直接呼び出し計算するマクロで `[d]` は整数演算を表し，`[r]` にすれば分数演算にも対応する．

```
\Ransuu[d]{Int(X*3)+1}\rA
\Ransuu[d]{Int(X*3)+1}\rB
\IMul\rA\rB\rC
\calcval[d]{(\rA)*(\rB)+(\rB)**2}\rD
```

図 1 emath の例 (乱数機能と整数演算)

マクロ名	機能
<code>\GenUnitMatrix</code>	指定次数単位行列の取得
<code>\SetMatrix</code>	成分指定による行列の設定
<code>\GetRandomMatrix, \GetRandomMatrixZ</code>	乱数生成指定サイズ行列の取得
<code>\MatTrans</code>	転置行列を取得
<code>\DspMatrix</code>	行列を表示
<code>\MatAdd, \MatSub</code>	行列の和，差を計算
<code>\MatMul, \MatSMul</code>	行列の積，スカラー倍を計算
<code>\GetUHMatrix, \GetLHMatrix</code>	乱数生成上半，下半三角行列の取得
<code>\GetKihonP, \GetKihonQ, \GetKihonR</code>	基本行列の取得
<code>\GetMatDet</code>	行列式を求める (4 次まで)
<code>\GetDetOneMatrix(MX) Three (Four)</code>	行列式 1 の 3(4) 次行列 (とその逆行列) の取得

図 2 マクロ一覧 (一部)

3. 行列生成・演算マクロ

筆者は，emath の整数計算と乱数生成機能を基本として行列の生成や演算のマクロを開発した．開発したマクロの一覧を図 2 にあげておく．例えば，

```
\GetRandomMatrixZ[-1,2]35{MA}
```

とすると，成分が -1 から 2 の乱数で 0 を含まないような 3×5 行列を生成し，`\MAaa, \MAab, ...` に成分として設定する (TeX ではマクロ名に数字を使えないので $1, 2, 3, \dots$ を a, b, c, \dots で代用している)．この行列を表示するには `\DspMatrix{MA}35` とする．

```
\makeatletter
\IfFileExists{\jobname.ran}{\input{\jobname.ran}}
\setransuuretu{\rtmp}%
\ransuuretu{200}\rtmp%
\write18{/bin/echo "\gdef\rtmp{\rtmp}"
|sed 's/ //g' > \jobname.ran}} (実際は1行)
\makeatother
```

図3 乱数のシードを保存して再利用する

```
%%% LimFuncI
\def\LimFuncIr#1{%
\Ransuu[d]{Int(X*3)+1}\tmp@a%
\Ransuu[d]{Int(X*3)+1}\tmp@a}\tmp@b%
\expandafter\xdef\csname #1a\endcsname{\tmp@a}%
\expandafter\xdef\csname #1b\endcsname{\tmp@b}%
\expandafter\gdef\csname #1prob\endcsname{\LimFuncIp{#1}}%
\expandafter\gdef\csname #1ans\endcsname{\LimFuncIa{#1}}%
}
\def\LimFuncIp#1{
(中略)
}
$ \Limit_{x\to 1} \bunsuu{x^{\tmp@b}-1}{\tmp@den} $
}
\def\LimFuncIa#1{
\edef\tmp@a{\csname #1a\endcsname}%
\edef\tmp@b{\csname #1b\endcsname}%
$ \bunsuu{\tmp@b}{\tmp@a} $
}
```

図4 問題データライブラリの例

```
\MatMul{MA}{MB}{MC}3561
```

とすると、 (i, j) 成分 $(i, j = a, b, \dots)$ が $\backslash\text{MA}_{ij}$, $\backslash\text{MB}_{ij}$ である 3×5 , 5×6 行列の積を計算し 3×6 行列 $\backslash\text{MC}_{ij}$ に格納する。

$\backslash\text{GetDetOneMXThree}$ 等は行列式 1 の行列とその逆行列を乱数生成する。単位行列に基本行列とその逆行列を順次逆順にかけて行列とその逆行列を同時生成する。ただし、このマクロはパラメータの大きさ (≡ 難易度) の調整が微妙で実際にはマクロを各問題毎に再定義・調整して使う場合が多い。これらのマクロは、逆行列の問題などにおいて整数の範囲で計算できるようにする場合に利用することができる。

また、基本行列を取得・設定する $\backslash\text{GetKihon}$ マクロは、 $P_n(i, j; c)$ 等の基本行列を設定する。例えば基本行列を順にかけた行列を保存して基本変形の計算問題の解答例の作成が容易にできる。また、乱数生成機能により、コンパイル毎に問題を変更できる一方、適切な問題パラメータの記録や解答作成のために乱数シードを保存する事も可能である (図 3)。

4. 問題データライブラリの作成

$\text{T}_\text{E}\text{X}$ または $\text{L}\text{T}_\text{E}\text{X}$ においては

```
\expandafter\xdef\csname AA\endcsname{\tmp@a}
```

とすることで、 $\backslash\text{AA}$ を定義し、値 $\backslash\text{tmp@a}$ を代入することができる。この機能を利用すれば、例えば、問題データライブラリから、問題を読み出し識別子 (例えば AA , AB など) を引数として与えると、 $\backslash\text{AAprob}$, $\backslash\text{AAans}$ などで問題の呼び出し、解答の呼び出しができるようになる。図 4 のマクロの例であれば、 $\backslash\text{LimFuncIr}\{\text{AA}\}$ で乱数により問題を生成し、問題文で $\backslash\text{AAprob}$ とすれば問題 (式) が表示され、 $\backslash\text{AAans}$ とすれば解答が表示される。

このようにして作成するライブラリに登録する問題は、そのパラメータの生成方法が多くの場合重要である。実際に、このパラメータ生成を利用して、問

題セットとしてすべての学生に異なる問題の PDF をダウンロードさせ、提出させるという在宅小テストを実施した年もある。この場合は、解答を比較的採点が容易な形になるように出題して利用した。ただし、バグがあると採点作業が困難になる、パラメータの適正確認が十分でないと、公平さが損なわれるなどの問題があった。解答判定については、CAS や LMS と連携して行うことも一般には考えられる。

一方で、ここで必要となる「適正なパラメータ」は本学で運用中の数学到達度評価システム⁽³⁾の教材コンテンツと共有可能な情報である。したがって、e ラーニング教材との共通化は当然の視点であり、適正パラメータは教材共有データベース⁽²⁾の主要なデータ要素で、そのさらなる拡充・開発の意義は $\text{T}_\text{E}\text{X}$ ・e ラーニング非依存で重要である。

5. まとめの今後の課題

このように $\text{T}_\text{E}\text{X}$ をベースとして問題を作成する利点は、CAS のインストールが不要であること、大学数学教員は一般に $\text{T}_\text{E}\text{X}$ は使えることがあげられる。本マクロを利用するには教員は必要なマクロ (emath と本マクロ) と perl スクリプト (emath.pl) を所定の場所に入れておけばよく、ファイルを読み込んで使えば、問題を事実上無制限に作成できる。また、問題作成 CGI を用いて利用すれば、Web ベースで運用することも容易であり⁽⁵⁾、組織単位での利用なども考えられる。本研究で作成したマクロ群は教員の負担軽減に十分役に立つと期待される。行列演算マクロは実用的なものであり、問題ライブラリも線形代数・微積分学の両方で少しずつ蓄積しつつある。

今後の課題として、公開に向けてより汎用的にマクロの整備を行う予定である。幅広く大学教員が利用できるような形にし、ヘルプや利用ガイドを整備して公開していく⁽⁵⁾。

また、同時に作成済み問題ライブラリの公開も現在構想中の e ラーニング教材共有データベースサーバ⁽²⁾⁽⁴⁾と関連して進めて行く予定である。

なお、本研究は日本学術振興会 科学研究費助成事業 基盤研究 (C) 23501072 「Web 数学学習システムの普及促進のための改良と汎用化」の補助で行われている。

参考文献

- (1) emath : <http://emath.s40.xrea.com/>
- (2) 川添充, 吉富賢太郎: “数学学習システムのコンテンツ素材共有化のためのデータベース構築について”, 第 37 回教育システム情報学会全国大会予稿集, pp.418-419 (2012)
- (3) 吉富賢太郎, 川添充: “学習目標データベースを基盤とする数学到達度評価システムの開発”, 教育システム情報学会研究報告 (JSiSE Research Report), Vol.27, no.2(2012-7)
- (4) 吉富賢太郎, 川添充: “数学 e ラーニングシステムの教材データベースの構成要素と運用方法の検討”, 教育システム情報学会研究報告 (JSiSE Research Report), Vol.28,no.1(2013-5)
- (5) 小テスト・演習素材集 (emath 利用): <http://bg.las.osakafu-u.ac.jp/emath/>

¹この引数の順序は将来変更する予定である