

# 最大クリーク問題を用いた複数等質テスト自動構成手法

## Multiple Test Forms Assembly using Maximum Clique Algorithm

石井 隆稔<sup>\*1</sup>, ソンムアン ポクポン<sup>\*2</sup>, 植野 真臣<sup>\*1</sup>  
Takatoshi ISHII<sup>\*1</sup>, Pokpong SONGMUANG<sup>\*2</sup>, Maomi UENO<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup>電気通信大学 情報システム学研究所

<sup>\*1</sup>Graduate School of Information Systems, The University of Electro Communications

<sup>\*2</sup>早稲田大学 人間科学学術院

<sup>\*2</sup>Faculty of Human Sciences, Waseda University,

Email: ishii@ai.is.uec.ac.jp

**あらまし**: 本研究では, アイテムバンク方式の e テスティングにおける複数等質テストを自動構成する手法を提案する. 本手法はテスト構成を最大クリーク問題として行う. 本手法の利点は, (1)所望のテストを自動構成することができる, (2)テスト間に項目の重複を許す場合でもテスト構成が行え, アイテムバンクを有効活用できる, (3)与えられたアイテムバンクから構成可能な最大のテスト数を出力することが, 厳密に, または漸近的に保証できる, の三点である.

**キーワード**: e テスティング, 複数等質テスト自動構成, 最大クリーク問題

### 1. はじめに

実際のテスト構成では, しばしば複数の等質なテストが必要となる. 例えば, 資格試験などでは毎回の難易度が異ならないようにテストの得点分布や所要時間が一定でなければならない. また, 試験が選択式の部分テストで構成されている場合, それらはそれぞれ互いに等質でなければならない.

これまで等質なテストはテスト管理者の勘と経験により構成されてきた. しかし, 近年, e テスティングの普及に伴い, アイテムバンク方式のテスト構成が一般化し, テストの自動構成が可能となりつつある.

例えば, van der Linden は線形計画法を用いてテスト構成を行う Big Shadow Test (BST)法 [1]を提案した. この手法は, アイテムバンクからテストに含まれる項目を選びだすことで, 次々テストを構成していく手法であった. テストに選ぶ項目群とアイテムバンクに残す項目群を等質化することで, 構成するテスト群を間接的に等質化した. 比較的低い計算量でテスト構成を行えたが, (1)構成テスト数が多くなると後に構成したものと最初に構成したものとの差異が大きくなる, (2)この手法で作られたテスト数が最大である保証がない, という二つの問題点があった.

BST の持つ前者の問題を解決するため, Sun らは遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm)を利用する GA 法を提案した [2]. この手法は全てのテストを同時に構成することで, 構成テスト間の差異を最小化した. また, Songmuang らも Bees Algorithm を用い, GA 法のパフォーマンスをさらに改善した [3].

これらの手法(BST, GA, BA)はテスト間の差異を減らすことができたが, テストの構成数の最大化は不可能であった. つまり, どの手法も与えられたアイテムバンクから可能な限りテストを構成し, アイテムバンクを有効活用することができなかった.

これを解決するために, Belov らは集合充填問題(Maximum Set Packing Problem)を用いて, 構成テスト数を最大化する手法(MSP 法)を提案した [4]. しかしこの手法は構成するテスト間に項目の重複を許さない手法であった. 項目の重複を許さない状況では, 全ての項目が一度しか出題できないため, テストの構成数が大きく制限された. つまり, この条件はアイテムバンクの有効活用を阻害していた.

本研究では, アイテムバンクを有効活用しテスト構成する手法の提案を目指す具体的には, テスト間に重複を許した条件でテスト構成数を厳密に, または漸近的に最大化する手法を提案する. 提案手法はテスト構成を最大クリーク問題として解く.

本稿では厳密に最大化を行う手法:ExMCP と漸近的に最大化を行う手法:RndMCP を提案する. ExMCP の特徴は以下の二点である. (1)ExMCP は Belov の MSP 法を一般化し, テスト間に項目重複を許した状態でもテスト構成可能にしたものである. (2)ExMCP から出力されるテスト数は数学的に最大であることが保証できる. ExMCP は先行研究(例えば BST, GA, BA, MSP 等)よりも多くのテストを構成でき, 最もアイテムバンクを有効活用することが可能である.

しかし, ExMCP の計算コストは可能テスト(テスト構成条件を満たすテスト)数に対し, 指数的に増大し, 現実のテスト構成を行うことは困難である.

そこで ExMCP を Random Search Approach を用いて近似化した RndMCP を提案する. RndMCP の特徴は(1)ExMCP を与えられたコスト制約で行えるように近似化した手法である点, (2) Random Search Approach を用いることで漸近的にテスト構成数を最大化できる点である. 多くの場合, RndMCP は先行研究(例えば BST, GA, BA, MSP 等)よりも多くのテストを構成できる. また, 現実的な多くの場面で ExMCP は計算困難であるが RndMCP はテ

スト構成可能である。

本稿では、これらの手法の有効性をシミュレーションデータ・実データを用いた実験で示す。

## 2. 提案手法

本研究では、テスト間に重複を許した条件でテスト数を最大化する手法の提案を行う。具体的には、テスト構成をグラフ論のよく知られた組み合わせ最適化問題である最大クリーク問題として行う。

提案手法中では、以下のようなグラフ中から最大クリークの探索・抽出を行うことによって、テスト構成を行う。

- 頂点：与えられたアイテムバンクから構成可能な重複条件以外の全てのテスト構成条件を満たす、すべてのテスト(以後、可能テスト群と呼ぶ)
- エッジ：二つの可能テストが重複条件を満たしていたら(重複条件により指示される最大重複項目数より少ない重複項目しか持っていないなら)その二つの頂点(テスト)間にエッジを張る

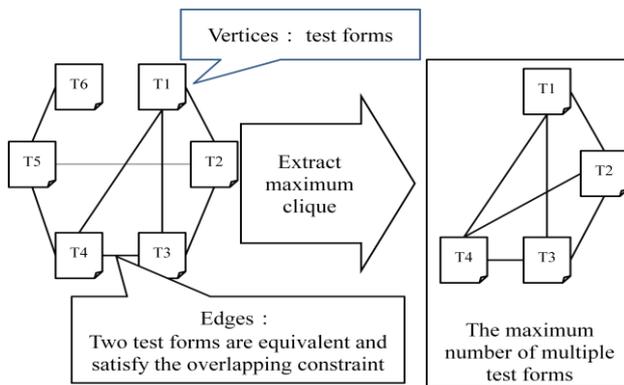


図 1 複数等質テスト構成のための最大クリーク問題

図 1 はこのようにして作るグラフの一例である。このグラフでは 6 つの頂点・テストを持ち、重複条件の満足を表すエッジが 9 本ある。このグラフ中から最大クリーク {T1, T2, T3, T4} を抜き出すと、与えられたアイテムバンクから構成できる最大数の複数等質テストを抜き出すことができる。

これを厳密に行う手続きが ExMCP である。ExMCP は与えられたアイテムバンクから最大の複数等質テストを構成することが数学的に保証できるが、その時間的・空間的計算量はそれぞれ  $O(2^F)$ ,  $O(F^2)$  となる。ただし  $F$  は可能テスト数である。

RndMCP は ExMCP を Random Search Approach を用いて近似化した手法である。ExMCP では一度にすべての可能テスト群を用いてグラフ化、最大クリークの探索を行うが、RndMCP では計算コストによる条件が許す個数分だけ可能テスト群からランダムにサンプリングし、その中から最大クリークを探索することを時間の許す限り繰り返す。これにより、与えられた計算コスト内で RndMCP は漸近的に最大のテスト数を持つ複数等質テスト群を出力する。

## 3. 評価実験

本手法の有効性を示すため実験を行った。ただし、紙面の都合上、掲載する結果は実データを使用したもののみである。

実験には SPI [5] のデータを使用した。

表 1 同一条件下でのテスト構成手法とテスト構成数

Item Bank Size	Overlap Constraint	Number of Test Forms			
		BST	GA	BA	RndMCP
87	0	3	3	4	4
	1	14	11	20	27
	2	21	39	140	309
93	0	5	5	5	6
	1	23	16	33	50
	2	23	54	208	721
104	0	12	15	15	18
	1	26	171	140	369
	2	26	590	394	8442
141	0	26	31	27	35
	1	35	506	239	1014
	2	35	1511	386	19095
158	0	6	4	7	8
	1	39	42	75	131
	2	39	94	279	4877
175	0	6	6	8	10
	1	43	65	100	193
	2	43	103	283	7413
220	0	9	8	10	13
	1	54	57	124	282
	2	54	114	334	9938

表 1 の結果は、全ての場合において RndMCP が他の手法に比べ多くのテスト数を構成できることを示している。これは多くの場合において RndMCP が多手法に比べ多くのテストを構成できることを示唆している。

## 4. おわりに

本稿では複数等質テスト自動構成手法を提案した。実験により先行研究の手法に比べより多くのテストを構成でき、アイテムバンクを有効活用できることを示した。

### 参考文献

- [1] Wim J. van der Linden,, Linear Models for Optimal Test Design, 2005.
- [2] Koun-Tem Sun , Yu-Jen Chen , Shu-Yen Tsai and Chien-Fen Cheng,, "Creating IRT-Based Parallel Test Forms Using the Genetic Algorithm Method," 2008.
- [3] Pokpong Songmuang and Maomi Ueno,, "Bees Algorithm for Construction of Multiple Test Forms in E-Testing," 2011.
- [4] Dmitry I. Belov and Ronald D. Armstrong, "A Constraint Programming Approach to Extract the Maximum Number of Non-Overlapping Test Forms," 2006.
- [5] リクルート, "Synthetic Personality Inventory (SPI2), " [オンライン]. Available: <http://www.spi.recruit.co.jp/service/spi2/>.