

# 学習者の能動的な数式変形を促す学習援用 Web アプリケーションの開発

## Development of Web Application to Help Learners Actively Transform Mathematical Expressions

田中 拓磨<sup>\*1</sup>, 宮崎 佳典<sup>\*2</sup>  
Takuma TANAKA<sup>\*1</sup>, Yoshinori MIYAZAKI<sup>\*2</sup>

<sup>\*1</sup>静岡大学大学院総合科学技術研究科

<sup>\*1</sup>Graduate School of Integrated Science and Technology, Shizuoka University

<sup>\*2</sup>静岡大学学術院情報学領域

<sup>\*2</sup>College of Informatics, Shizuoka University

Email: gs16025@s.inf.shizuoka.ac.jp

あらまし: 本研究は学習者が能動的に数式変形を学ぶことのできる Web アプリケーションを提案するものである。本システムは、学習者の知識が不足している場合でもシステムの補助により能動的に変形を継続できる機能を持つ。与式の一部を範囲選択すると、適用可能な変形候補が表示され、学習者は候補を選択することで変形を進めることができる。また、システム上における学習の履歴を取得し、学習の様子を再現することにより提案システムの有効性を検証する。

キーワード: 数式変形, 数学教育, e-Learning, 学習履歴

### 1. はじめに

数学において数式を変形する技術は学習分野を問わず必要となる。しかし、数式変形の方法を習得することは学習者にとって容易ではない。特に紙媒体での学習では、与えられた数式に対しどのように変形すべきかの筋道がつかず学習が停滞する恐れがある。これに対して渡部ら<sup>(1)</sup>は、学習者の不足している知識を補うことで数式変形の学習を継続可能とするシステムの開発を行ってきた。本研究では(1)のシステム(以下、現行のシステムと呼ぶ)に対し、システム上の学習履歴を分析に活用可能な形で取得する機能を追加する。そして学習履歴を分析することによりシステムの有効性を検証する。

式をクリックすることで、その数式から変形をやり直すことが可能である。数式選択により変形をやり直した場合、直近の変形が右に配置される形でエッジが分岐する。また、マウス操作により履歴表示範囲の変更や履歴全体の拡大縮小が可能である。

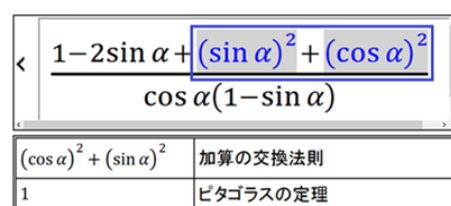


図1 数式変形画面

### 2. 現行のシステムの概要

現行のシステムは Web アプリケーションとして実装している。システムにおいて数式は XML アプリケーションの1つである MathML<sup>(2)</sup>によって記述される。システムは図1の数式変形画面と図2の変形履歴画面よりなる。

数式変形画面には変形の対象となる数式が表示される。学習者はマウスのドラッグアンドドロップにより矩形を作成し、数式中の変形したい部分を矩形選択することができる。矩形選択が完了すると選択された部分がハイライトされ、適用可能な変形候補の一覧が表示される。学習者が一覧から変形候補を選択すると、対象となっている数式に適用されて変形が行われる。学習者は矩形選択と変形候補選択を繰り返して数式変形を進める。

変形履歴画面には学習者が行った変形の履歴が数式をノードとする樹形図で表示される。樹形図で表示することで学習者や教師は変形履歴を容易に確認できる。学習者は変形履歴画面に表示されている数

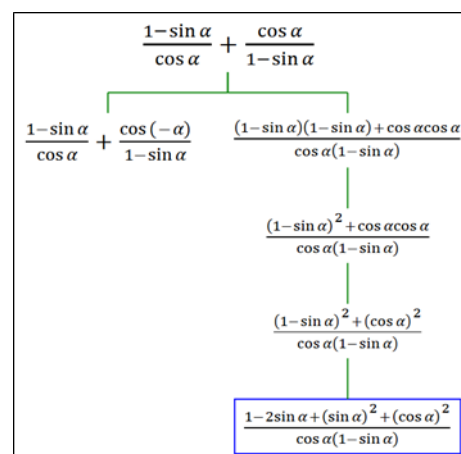


図2 変形履歴画面

### 3. 追加実装の方針

(1)では数式変形を支援するシステムの提案と開発を行ったが、ユーザ実験によるシステムの評価には至っていない。システムを利用した学習の様子を現行のシステムでは取得・再現できないことが原因

であると考えられる。本研究では現行のシステムに対し、学習者がシステム上で行った学習の履歴を取得する機能を追加する。また、取得した学習履歴から学習者の動作を再現するプログラムを開発する。そして追加した機能の有効性を示すためのユーザ実験を行い、システムの評価を行う。

学習履歴はシステム上における学習者の動作を再現可能な形で記録する。この記録を以下、動作ログと呼ぶ。取得する動作の一覧を表1に記載する。取得する動作はマウス操作に関わるもののみである。動作はすべて行われた時間とともに記録し、変形1ステップにかかった時間（以下、変形時間と呼ぶ）を算出可能としている。変形候補IDは学習者が変形に使用した式を示し、数式IDは履歴中のどの位置にある式かを示す識別子である。また、本研究では学習者の動作を再現可能なモジュールを新たに作成した。変形の対象となった数式と取得した動作ログを入力することで、学習者がシステムで行った変形を動作ごとに再現することが可能である。

表1 動作ログ一覧

対象	動作の種類	取得する値
数式変形画面	矩形選択	マウスのXY座標
	変形候補選択	変形候補ID
変形履歴画面	数式選択	数式ID
	表示範囲変更	表示の中心座標
	拡大・縮小	拡大倍率
	解答終了	

## 4. 実験

### 4.1 実験の目的

紙とシステムを比較し、システムの有効性を検証ことが評価実験の目的である。主な比較内容を以下に列挙する。

- 紙で誤答となった問題とシステムで解答した類題の変形履歴
- 問題に含まれる迷いの有無と問題の正誤、難易度、履歴分岐の有無、変形時間
- 変形に迷った数式とそれ以外の数式における履歴分岐の有無、変形時間

分析には紙に記載された解答とシステムにより取得した学習履歴、変形途中で迷った箇所の情報を利用する。また、システムに関するアンケートを実施し、ユーザ評価を行う。

### 4.2 実験協力者および課題設定

実験協力者は某国立大学の大学生・大学院生12名である。実験課題は数式を簡単な形に変形する問題(A1,A2,B1,B2,C1,C2の計6問)を使用した。問題のうちA1とA2、B1とB2、C1とC2はそれぞれ難易度が近い類題のペアである。実験協力者をランダムに2つのグループに分け、片方のグループはA1,B1,C1を紙で解答し、A2,B2,C2をシステム利用で解答する。もう一方のグループは紙とシステムで

解く問題を入れ替える。

### 4.3 実験手順

- (1) 実験協力者には公式や定義式が記入された一覧を配布する。一覧は解答中、自由に参照でき、式にはすべてIDが振られている。
- (2) 紙で問題を3問解く。解答には途中式と一覧から使用した式のIDを記入するよう指示する。
- (3) 解答終了後、「問題の難易度」「変形途中で悩んだ箇所」をヒアリングする。
- (4) システムを利用して問題を3問解く。
- (5) 解答終了後、「問題の難易度」「変形途中で迷った箇所」「意図した変形ができなかった箇所」をヒアリングする。
- (6) 「システムが問題を解くのに役立ったか」「システムを利用して不便に感じた点」などを確認するアンケートを行う。

### 4.4 実験結果

まず紙とシステムに対する解答の正誤を比較する。類題のペアを1問とし、計36問のデータを得た。紙の解答は36問中20問が正解、16問が不正解であった。紙で不正解となった16問に対し、同じ実験協力者がシステムで解答した類題の結果を検証すると、16問中6問が正解、8問が不正解であるものの正解に近づいており、学習支援の効果が見られた。

次に学習者の迷いに対する検証を行う。迷った数式に対する変形には、通常の変形に比べて長い時間が必要になると予測される。学習者ごとに変形時間の外れ値検定を行い、変形時間の長い数式を抽出した。抽出した数式と迷い箇所を比較した結果、適合率は23.4%であり、再現率は42.3%であった。また、問題に含まれる迷いの有無と各比較項目の相関をフィッシャーの正確確率検定により検証した。結果、問題の正誤との間に相関は認められず( $p=0.72$ )、分岐の有無および問題の難易度との間に相関が認められ( $p=0.017$  および  $p=0.049$ )、変形時間との間に高い相関が認められた( $p=0.006$ )。変形時間との相関は、外れ値検定によって抽出された数式が問題に含まれているかで比較している。上記の結果から、本研究にて新たに追加した学習履歴取得機能によって、学習者の迷いを検出できる可能性が示唆された。

## 5. まとめ

本稿では、現行の数式変形支援システムに対して追加した学習履歴の取得・分析機能について述べた。本システムにより効果的な数式変形学習が行われることが期待される。

### 参考文献

- (1) 渡部 孝幸, 宮崎 佳典, 林 佳樹: “導出規則に着目した証明視覚化・式変形支援システムの提案”, 京都大学数理解析研究所講究録 1865 「数学ソフトウェアと教育」, pp.137-145 (2013)
- (2) Mathematical Markup Language (MathML), <https://www.w3.org/TR/MathML2/>