

# 数量関係的統合の外化システムを用いた発見的概念を必要とする 算数文章題の構造共通性の認識支援の試み

## Support of Structural Comprehension of Arithmetic Word Problem Required Heuristic Concept to Solve with Externalization of Numerical Relation between Arithmetical Concepts

山本 晏宏<sup>\*1</sup>, 山元 翔<sup>\*2</sup>, 林 雄介<sup>\*2</sup>, 平嶋 宗<sup>\*2</sup>  
Yasuhiro YAMAMOTO<sup>\*1</sup>, Sho YAMAMOTO<sup>\*2</sup>, Yusuke HAYASHI<sup>\*2</sup>, Tsukasa HIRASHIMA<sup>\*2</sup>  
<sup>\*1</sup> 広島大学工学部

<sup>\*1</sup> Faculty of Engineering Hiroshima University

<sup>\*2</sup> 広島大学大学院工学研究科

<sup>\*2</sup> Graduate School of Engineering Hiroshima University

Email: y-yama@lel.hiroshima-u.ac.jp

**あらまし:** 算数三角ブロック表現を用いて算数文章題の構造を外化することにより算数文章題に対する構造的な理解を促進する学習支援システムが開発されている。この中では鶴亀算などの発見的概念を必要とする特殊文章題も取り扱われている。算数の範囲において多くの種類の特殊文章題が取り扱われているが、これらはそれぞれ別個の問題および解法として教えられている。本研究では、算数三角ブロック表現を用いてこれら特殊文章題の問題構造を記述することでそれらの問題構造の持つ共通性及び差異を見出すことができることに注目し、この性質を使った問題間の共通性及び差異の認識促進法を提案する。

**キーワード:** 特殊問題, 数量関係的統合過程, 算数三角ブロック, 発見的概念

### 1. はじめに

小学校で学習する算数文章題には、鶴亀算、和差算といったそれ固有の特殊な解法を持つ問題がある。このような問題は特殊問題と呼ばれる。小学校ではこれらの問題は、それぞれの持つ固有の解法を個別に学習していくという方法をとっており、難易度の高い問題として位置づけられている。また、筆者らは算数文章題を対象として、その数量関係を構造的に表す、算数三角ブロックを提案している。この構造化により、これらの問題は問題の外部から新たな概念を発見する種類の問題であると定式化しており、この問題解決の学習支援システムを開発している。

ここで、問題演習の目的とは、ある解法を問題に対して適切に適用できることだが、これは更に、適用できる理由を説明できる状態と、説明できない状態に分けられ、それぞれを関係的理解、道具的理解と呼ばれる<sup>(1)</sup>。そして関係的理解は、解法とその適用対象の問題の把握である内的理解と、その範囲外、つまりその解法が適用できない問題との関係まで含めた外的理解に分けられる<sup>(2)</sup>。この理解に照らしあわせた時、特殊問題で一般に行われる、問題解決による固有の解法の理解は必ずしも関係的理解を促進するものではなく、算数三角ブロックによる構造化に基づいた問題解決も、内的理解を促進するものではない。外的理解までを促すものにはなっていない。

本研究ではこの特殊問題を対象として、外的理解促進のための、構造共通性の認識支援について提案を行う。そのために、問題間の差分を明確にするた

め、算数三角ブロックシステムを用い、一部の特殊問題の分析を行い、差分を明確にした後、実験で妥当性の評価を行う。

### 2. 算数三角ブロック

#### 2.1 特殊問題における算数三角ブロック表現

算数文章題の問題解決過程の中でもっとも困難であるのは統合過程であるといわれている。この統合過程は、言語的な関係の統合である言語的統合過程と、数量関係の統合も行う数量関係的統合過程に分けられる。この数量関係的統合の外化支援システムとして、算数三角ブロックシステムが提案されている<sup>(3)</sup>。システムでは、学習者は問題文と対応した数量関係的統合の構造として、図1に示すような、単一の二項演算を基本単位とした三つ組み構造(以下、三角ブロック)の組み立てを行う。

単一の三角ブロックは和差乗除いずれかの演算子を持っており、任意の3つの概念の演算関係を表現することができる。また三つ組の関係はそれ単体で成立することもできるが、図1の[結果A]のように、一致する概念を介して三角ブロックを階層的に組み合わせることで複雑な演算も表現可能である。

三角ブロックを構成する概念には、この概念は問題中で既知として与えられる概念、未知かつ求めるものとして与えられる概念、そして[結果A]のように、問題中には現れず、かつ問題中の関係から導出される概念がある。また、鶴亀算のような特殊問題には、問題中に与えられず、問題外から持ってくる必要のある、発見的概念というものが必要となる。



図1 算数三角ブロックの例

## 2.2 特殊問題の分類

三角ブロックを用いた特殊問題の構造に基づき、既存の特殊問題を分類したところ、6種類に分類することができた。本研究ではその中でも、「場面を仮定する概念を含む」構造について、外的理解を促進する演習の提案を行う。

## 3. 場面仮定の特殊問題における構造の共通性

### 3.1 場面仮定の特殊問題の分析

本来、算数の文章問題において使用される概念は問題によって異なるが、異なる問題において使用する概念を統一することで、問題間の構造を発見することが容易になる。ゆえに以下の分析は全て使用する概念を統一している。

鶴亀算、差集め算における特殊問題の共通性の分析例について述べる。これらの演算は図2、図3のように構造表現を行うことができる。それぞれの構造の共通性としては、全体をどちらか一方の概念でいた時の差÷個々の差を利用して解法を求めている点が指摘できる。鶴亀算に対して差集め算は、この仮定概念を一段階多く考える必要がある。この関係は、鶴亀算と過不足算においても同様であり、場面仮定の概念が必要な問題は、同様の構造の、仮定概念の数が異なっているという関係がある問題ということができる。

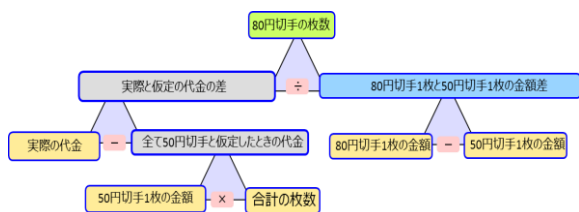


図2 鶴亀算の三角表現

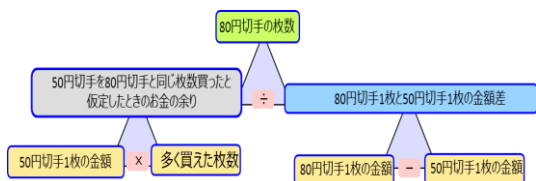


図3 差集め算の三角表現

## 3.2 仮定概念を必要とする特殊問題の構造認識

前節の構造の共通性に基づいて、外的理解促進のための問題変更演習を提案する。対象とする問題はすべて、未知数が2つ存在し、問題の状況は2つの未知数を含んだ数量関係が作り上げている。つまりこれが変更すべき数量関係の単位となり、この数量関係の組み合わせを変えることで、他の仮定概念を必要とする特殊問題を作成することができる。

実際に鶴亀算と差集め算について上述の単位で問題を分解し、数量関係の組み合わせの変更を行ったところ、4つの問題が作成された。このうち2つが仮定概念を用いる特殊問題であった。学習者は与えられた問題文から、対応する三角ブロックを作成する。その後共通性のある三角ブロックに対応した問題文に変更され、再び三角ブロックを作成する。与えられた2つの問題文と、完成した2つの三角ブロックそれぞれの比較を行うことで、対象とする特殊問題の共通性または違いを認識し学習することができる。

## 4. 実験内容・結果

工学系大学生3名を被験者として、システムを用いることで、現在個別に学習している特殊問題を、共通した構造を持つものとして学習可能かどうかについて評価してもらった。システムはまだ構造認識を示唆するような仕組みは組み込めていないので、個別に三角ブロックを組み立ててもらった。

その結果、システムを用いるだけでは共通性・差分を認識することは難しかったものの、共通性や差分を認識することは、従来のように個別に学習するより、特殊問題についての理解が促進されるという評価を得られた。

## 5. まとめ・今後の課題

本研究では、特殊問題について外的理解を行うために、まず仮定概念を用いる特殊問題について問題間の定義と、構造の差分抽出を行った。構造認識について実験を行ったところ、構造の共通性や差分を考えることは有効であるという知見が得られた。

今後は構造の共通性の認識を行うための機能の実装を行い、再度評価を行う。

### 参考文献

- (1) Skemp, R. Relational Understanding and Instrumental Understanding., Mathematics Teaching, No.77, pp.20-26, (1976)
- (2) Brown, S. I. Musing on Multiplication, Mathematics Teacher, No. 69, pp.26-30, (1974)
- (3) 竹内俊貴, 古久保和仁, 小田拳太, 林雄介, 平嶋宗, ” 発見的解法を必要とする算数文章題を対象とした数量関係の統合の外化支援”, JSiSE2013 年度第6回研究会, (2014)