JSiSE Research Report
vol.38,no.4(2023-11)

算数文章題乗除の統合的解釈と学習課題化

平嶋　宗[*1]
*1 広島大学

Integrated Interpretation of Arithmetic Word Problem of Multiplication & Division and Design of Learning Task

Tsukasa Hirashima [*1]
*1 Hiroshima University

When a multiplication or division relation exists in an arithmetical situation, there will inevitably be two multiplications and four divisions. These multiplications and divisions encompass partition division and quotative division, as well as multiplications and divisions using operand smaller than one. Explaining these multiplications and divisions in the same arithmetic situation is called an integrated interpretation. This integrated interpretation is formalized based on the triplet quantity proposition model. Making the integrated interpretation into a learning task is also proposed.

キーワード: 算数文章題，乗除，統合的解釈，三量命題モデル，三者共有計算可能表現，学習者・教授者・システム，等分除，包含除，小数の乗除，割合

1. はじめに

乗除算はそれぞれ数学としては一つの意味しか持たず，除算は乗算の逆演算として定義される．これに対して，文章題における乗除算は多様な意味を持つ．たとえば，包含除，等分除や，割合の乗除算，1 より小さい演算数を用いた乗除算は，それぞれ特有の課題として教えられる．これらは，それぞれの特有の課題に適した教え方が取られるが，その反面，それらが異なるものであるかのように理解される懸念がある．乗除の文章題に対する統一的なモデルを持ち，漸進的にその意味を拡張していくようにすることが，学習に資するのではないかと考えたのが本稿となる．

算数的場面[*1] に乗算もしくは除算が存在すれば，二つの乗算と四つの除算の関係が必然的に存在し，等分除・包含除，1 より小さい演算数を用いた乗除算，を網羅する．同一の算数的場面でこれらの乗除算を網羅的に解釈することを本稿では算数文章題乗除の統合的解釈と呼ぶ．この統合的解釈は，文章題乗除で学ぶべき多くのトピックが，同一の場面において関係づけながら学べることを意味している．この統合的解釈を学習目標に設定することを指向して，三量命題モデルに基づく定式化と学習課題化について検討する．

以下本稿では，まずは統合的解釈の基礎となる三量命題モデル[(1)]について概説する．さらに，同一量を介した四則場面間の統合的解釈，同一場面における和差場面内及び乗除場面内の統合的解釈について述べる．次に，乗除に関する場面内統合的解釈に焦点を当て，教科書等の一般的な説明との差分についてより詳細に論じる．さらに，統合的解釈の学習課題化と予備的な実験評価について報告する．

2. 三量命題モデル

三量命題モデルでは，1 回の演算で解ける算数文章題（単位問題）を三つの量で構成されるものとし，こ

*1）算数的場面とは,「数学的表現（数式）に変換可能な量及び量間の関係」を「読解によって抽出可能な言語的もしくは図的表現」とする．そして,「数学」が対象とできるのは「数学的表現に変換された後」であることから，算数文章題の重要性は「量と量間の関係の読解」にあり，したがって算数文章題の本質であるとの立場をとる．この立場から,「結果としての数学」ではなく,「過程としての読解」に焦点を与えた統合的解釈を本稿で述べる．数学文章題も同様に読解が本質であり，算数文章題との違いは代数的な処理にあるとする．

の三つの量は，二つの存在量と一つの関係量で構成されるとする．そして，存在量は演算に独立であり，関係量は演算を決定する量になっているとする．

筆者の先行研究であるモンサクン(2)および三角ブロック(3)は，この三量命題モデルを算数文章題のドメインモデル(4)として設計されている．この設計アプローチはドメイン駆動型設計法と同様であり，設計された学習課題に対する活動を通して,モデル自体を学習者・教授者・システムで共有することを指向したものとなっている．つまりこの三量命題モデルは，学習者・教授者・システム間で共有の計算処理が可能な表現であり，この表現を用いることで，文章題が解ける理由を三者で共有することができる．この意味で，三量命題モデルは，三者共有計算可能モデルとなっている．この考え方を推し進め，モデルそのものの直接的な学習対象化を検討するのが本稿となる．

3. 算数文章題四則の統合的解釈

3.1 場面間統合的解釈と場面内統合的解釈

四則の算数文章題を同じ量を介して関係づけることを本稿では「同一量を介した四則の場面間統合的解釈」と呼ぶ．たとえば,「リンゴの個数」を用いて四則の算数的場面を作成することができ，それぞれの場面においてこの「リンゴの個数」は異なる役割を担う．これは同一量に対する異なる見方としての四則演算の解釈を提供しており，統合的解釈の一種といえる．

また，同一の和差の場面においては二つの加算と四つの減算，同一の乗除の場面においては二つの乗算と四つの除算の存在を説明することを，本稿ではそれぞれ和差及び乗除の場面内統合的解釈と呼ぶ．これも，和差と乗除それぞれを同一場面の異なる演算として解釈しうることを示しており，統合的解釈の一種といえる．次節ではこれらの統合的解釈の図式化を行う．なお，一般的な四則の解釈との間に生じる差異については，4 章で検討する．

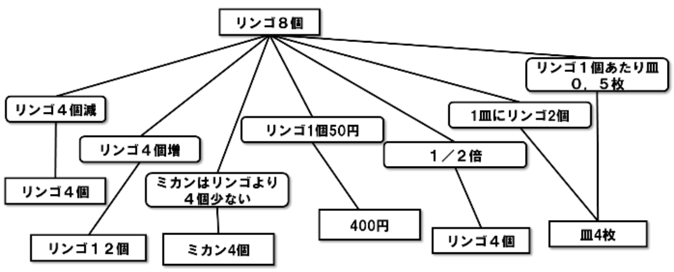

図１　場面間統合的解釈の図式化

3.2 場面間統合的解釈

図１に,「リンゴ８個」という量を含む四則の算数的場面のいくつかを例示した．三量命題モデルに基づいて，三つの量命題で一つの場面が構成されており，長方形が存在量，角丸長方形が関係量となっている．

この図には，７個の算数的場面が記述されており，それぞれ図の左から数式で表すと，８－４＝４，８＋４＝１２，８－４＝４，８×５０＝４００，８×（１／２）＝４，８÷２＝４，８×０．５＝４となる．数式で表した七つの場面のうち最後の二つは同一場面といえるので，2.4 で述べる乗除場面内統合的解釈に属するものといえる．また,「１／２倍」を「リンゴ１個 100 円」と同様に関係量として取り扱っている点については，3.3 および 4.5 で説明する．

3.3 乗除場面内統合的解釈

ある二つの存在量間に乗除の関係があるとすれば，その二つの量間には，量間の変換に関する関係量が二つ存在する．二つとなる理由は，存在量のどちらを基準とするかによって二つの関係量が存在するからである．そして，二つの存在量と一つの関係量間には，一つの乗算と二つの除算が存在する．これを例示したのが図２である．この図は,「リンゴ 8 個と皿 4 枚に乗除の関係が存在する」とした場面を表しており，この二つの存在量（リンゴ 8 個と皿 4 枚）を関係づける関係量として,「1 枚当たり 2 個」と,「1 個当たり１／

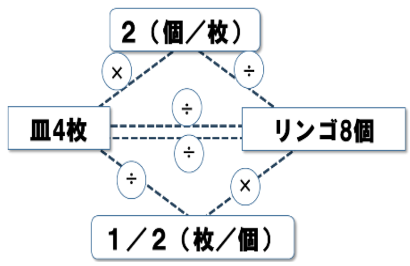

図２　１あたり量に関する上下三角図

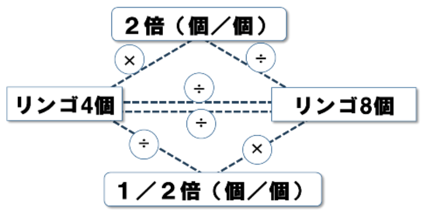

図３　割合に関する上下三角図

２枚」が存在することを表しており，それぞれの関係量を二つの存在量と組み合わせることで，それぞれ一つの乗算と二つの除算が成立している．同一場面において同一関係量を用いた二つの除算が，それぞれ包含除と等分除になっており，同一場面についての包含除と等分除の統合的説明となっている．この図を上下三角図と呼び，（上三角形の関係量）＞（下三角形の関係量）として記述する．

また，同一場面において，演算数が１より小さい乗算及び除算が含まれている．したがって，この場面における量間の演算関係を受け入れることができれば，「1 より小さい数」を掛けると元の量より小さくなること，および「1 より小さい数」で割ると元の量より大きくなることが必然として解釈できる．

図３は,「割合」に関しての乗除の上下三角図である．単位は（個／個）として消えると解釈されることが多いが，図中の 2 倍と１／２倍を区別する必要があり，そのためには「何についての個」を「何についての個」で割っているのかを知っている必要がある．知っているということは消えていないということであり，たとえば「(「リンゴ８個」の個数）／（「リンゴ４個」の個数)」という単位を知っていることになる. またこれは,「１あたり量」と同型であり，同様の量とみなしてよいことになる．

3.4 加減場面内統合的解釈

二つの存在量の間に加減の関係が存在すれば，加算に関する関係量と減算に関する関係量が存在し，それぞれの関係量と二つの存在量との組み合わせで一つの加算と二つの減算が存在する．この事例を図式化したのが図４左である．図４左はリンゴ８個とミカン４個という算数的場面であり，この場面を「合わせる」と解釈すれば,「合わせて１２個」という関係量と組みわせることで８＋４＝１２という式になり，この場面を「比べる」と解釈すれば,「差は４個」という関係量と組み合わせることで，８－４＝４という式になる．これによって,「合わせる問題」と「比べる問題」が同じ場面の解釈の違いとして説明できる．これは，比較・合併場面における和差の場面的統合といえる．

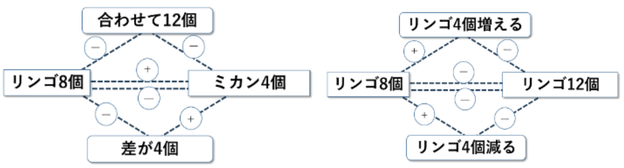

図４　合併比較・増減場面の上下三角図

図４右は,「増える」,「減る」の場面の図式化である．増える，減るとは，同一対象の時間的な量の変化の場面と捉えることができる．二つの異なる時間における量の差となるので,「比べる」の一種とみなせる．少ない方の存在量を時間的に前とすると「増える」となり，時間的に後にすると「減る」となる．この図４右で，同一の二つの存在量に対して時間の割り当てを変えることによって，増える，減る，およびそれらに伴う二つの加算と四つの減算を図式化できており，増減場面における和差の場面的統合といえる．

4. 乗除の説明において生じる差分の検討

4.1 「量」から「量」の変換としての乗除

乗除に関する三量命題モデルでは，二つの存在量間の乗除による変換を可能にするのが関係量であるとしている．関係量は，二つの存在量の除算としての単位を持ち, 二つの存在量のうちどちらを基準にするか(分母にするか）によって，二つの関係量が存在し，それぞれの関係量と二つの存在量の組み合わせにおいて，それぞれ二組の１乗２除が存在する．以下では，この三量命題モデルに基づく乗除の説明において，文章題の乗除に対する一般的な説明・取り扱いとの間に生じる差異について述べる．

4.2 等分除と包含除における式の一致と場面の一致

従来の算数指導においては，同一の割り算の式を用いて，等分除と包含除の二つの異なる考え方を説明する．この場合，算数的場面は異なったものとなる．これに対して本稿で述べる統合的解釈では，同一の算数的場面において等分除と包含除を説明する. この場合,導かれる割り算の式は異なったものとなる．この差分について検討する．

割り算の式を一致される従来の方法は，式から出発して，その式で表される場面が複数あることを説明している．つまり，式に対して問題や場面を導くという「作問」的な考え方での説明となっている．式からの作問・作場面という活動自体の有用性はあると考えられるが, 導入的な説明において適当であるかどうかは,

疑問が残る．また，等分除と包含除の違いを説明したいとすると，同じ場面においてこの二つを存在することを示すほうが自然といえる．算数の文章題を「量と量間の関係を読解」と捉える立場からは，式の一致よりも，場面の一致が重要であることは明らかである．

統合的解釈では，解くときと同じように量と量の関係を読解する過程で，等分除と包含除の二つの読解の仕方が存在すると説明する．また，式は演算数と結果数が入れ替わったものになるが，同じ数値を使っているので，同じ場面に対する式である説明は容易といえる．

同一場面内で等分除と包含除を具体的な操作として説明すると，図５のようになる．図５上は，皿４枚とリンゴ 8 個に乗除の関係があることを表す図であり，具体的な演算（乗算，等分除，包含除）のいずれにも解釈可能である．図５下左は等分除として皿４枚に同じ量だけリンゴを割り当てて行く操作において，最初のリンゴ１個を割り当てた図となる．図５下右は，包含除として皿１枚に２個のリンゴを割り当てていく操作において，最初の１皿にリンゴを２個割り当てた図となっている．存在量と関係量，そして，ある関係量においては，基準存在量と比較存在量が決定されるとすると，等分除が二つの存在量から関係量を導くための除算であり，比較存在量と関係量から基準存在量を求めるための除算が包含除となっている．

4.3　二つの関係量と真分数・小数の存在

図 2，図 3 より，低学年で扱う算数的場面においても真分数や小数を用いた乗除が含まれていることを示した．これは，関係量が二つの存在量のいずれかを基

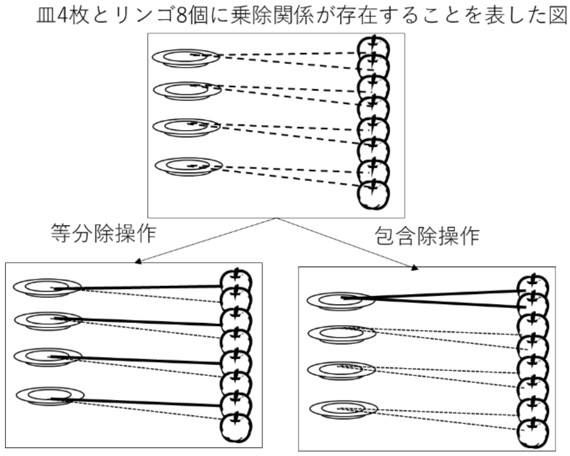

図５　等分除と包含除の具体的操作化

準にすることによって決まり，したがって２種類存在すること，そして，そのうちの片方は真分数・小数になることを意味している．掛けることによって大きくなる，割ることによって小さくなる，が成立している算数場面において，掛けることによって小さくなる，割ることによって大きくなることが同時に成立することは，対応付けられた説明になることから，真分数や小数の乗除を独立して説明するよりも，受け入れやすいものとなる可能性がある．

また，この関係は，関数として考えた場合，Y=aX と X=(1/a)Y の関係として自明であるともいえるが，算数において教える対象になっている形跡はなく，数学においては自明のこととして扱われており，学習者の自得にゆだねられている可能性がある．

なお，量を離散量と連続量と分類する場合には，図２の 1／2（枚／個）は不適切となるが，その代わり，図２下側の演算関係が存在しないことになる．先行研究の調査[(5)]では，調査対象とした 13 名の教員・教員免許保持者全員がこの演算関係も算数において教える対象になると判断するが多いことが分かっており，検討を要する従来の解釈との差分の一つである．

4.4　関係量としての「一あたりの量」

算数文章題では，(一あたり量) × (いくつ分) ＝ (全部の量) という式を用い，この式においては「一あたり量」と「全部の量」が同じ単位である，と説明がされることがある．これに対して三量命題モデルでは，「一あたり量」を関係量とし，「全部の量」とは単位が異なるものとして扱う．一般的な教科書においても，「単位量」という考え方が導入された時点で，一あたり量は関係量となり，量間の変換のための量，つまり関係量となる説明がなされることがある．これは，それまで存在量としての扱いが，関係量としての扱い変わることを意味しており，三量命題モデルの観点からすると大きな意味の変更になっており，この変更が学習上の障害になっていることが懸念される．

4.5　関係量としての「割合」

「割合」は単位を持たない量として説明されることがあるが，実際には「もとにする量」と「比べる量」のそれぞれをどの量としたかを把握していることが不

可欠な量である．したがって，単位は存在しているといえる．たとえば,「持っていたリンゴの数が 2 倍になった」という 2 倍は,「今持っているリンゴの量／前に持っていたリンゴの量」という関係における量であり，「前に持っていたリンゴの量／今持っているリンゴの量」という関係の量と区別できていなくてはならない．「割合」のこの解釈は，2 倍とは，「もとにする量１あたりの比べる量」のこととなり,「１あたり量」と「割合」を同一視していることになる．ここから導かれる差異については，さらに 4.6 で述べる．また，5.2.4 で述べる大学生群 3 での実施例では,「１あたり量」と「割合」を同様に扱うことが違和感なかったことを示唆する結果を得ている．

4.6　二重数直線と四マス関係表

4.6.1 一あたり量の算数的場面

乗除の算数的場面を図示する場合，二重数直線と呼ばれる記法が用いられることがある．まず図２で表した「一あたり量」に関しての算数的場面の三量命題モデルに基づく二重数直線を図６に示した．図自体については従来のものと同様であるが，現れている量の解釈が異なる．ここで，図６の右の数直線に関して説明すると，２：1 あたり量，８：全部の量，４：いくつ分，と説明されるが,「１」については説明がないのが従来の説明である．これに対して三量命題モデルでは，２と１が組となって「１あたり量」となっていると説明する．図では，皿 1 枚のところに，リンゴが 2 個，となっているが，これだけでは事実を述べているだけで乗法が成立しない．この事実を,「皿１枚にリンゴが 2 個」と解釈することによって，乗法が成立しているといえ,「２」は「１」とセットで解釈すべきとなる．

4.6.2 割合の算数的場面

次に割合に関しての三量命題モデルの線分図を差分がより分かりやすくなる事例として「A さんはシュート８回で入ったのが４回．シュートした回数は入った回数の２倍（入った回数はシュートした回数の１／２倍)」という算数的場面を用いて記述すると，図７のようになる．ここでは,「割合」と「１あたり量」が同じものとして取り扱われている．

これに対して一般的な「割合」に関する線分図は，図８のようなものとなる．三量命題モデルでは，線分として表現されるものは存在量であったのに対して，一般的な説明では,「一あたり量」の場面では同様に存在量であるが,「割合」に関しては，関係量が数直線となり，一貫していない．筆者の推定では，二つの量を同一直線上に並べることで,「割合」の大きさを直感的に捉えることができるというメリットを重視しているのではないかと思われるが，図ごとに数直線の意味が異なるのは，理解に対する障害となることが懸念される．また，図７のように「一あたり量」として記述しても何ら論理的におかしな点が存在せず，したがってそのように考える児童が存在した場合に，図７としない理由の説明は難しいと思われる．なお，図３の場面についても三量命題モデルに沿って線分図化すると，図９のようになる．

また，従来の線分化では，シュートの場合では，シュートの回数を増やしたときどうなるか，といったこと同じ線分上で考えることができない. つまりこれは，従来の割合の線分化は，正比例としてのグラフ化に対応していないものとなっているといえる．1 あたり量の場合にはグラフ化できていたものが，割合においてできないものになるのは大きな変更となるが，それだ

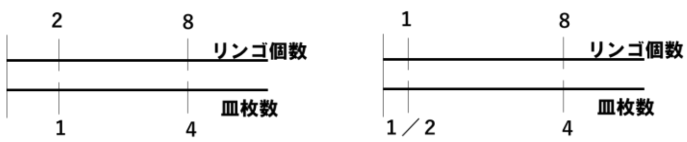

図６　一あたり量に対する二重数直線

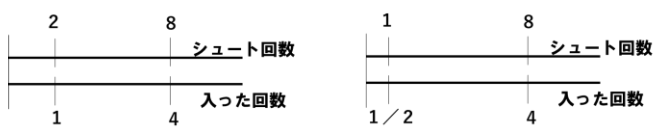

図７　割合に対する二重数直線(1)

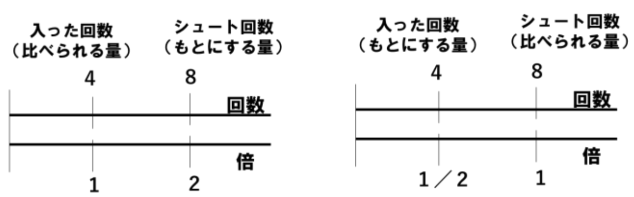

図８　従来の割合に対する二重数直線

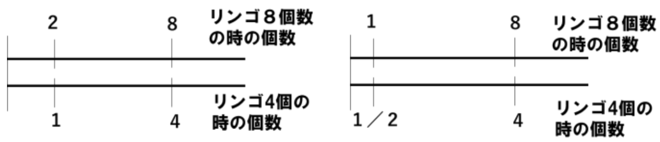

図９　割合に対する二重数直線(2)

けの学習上の利点があるかどうかは疑問となる．

4.6.3 四マス関係表

四マス関係表は計算処理を行ううえで便利なものとされているが，各マスに何が入るかの意味づけは十分とはいえないようであり，二重線分図と同様に，上段下段をそれぞれ異なる存在量とする場合と，上段に二つの異なる存在量，下段に関係量となる割合を配置するがあり，一貫していない．比例式の図的表現として捉えればどちらの記述でも計算処理上不都合はないが，量間の関係の意味づけを算数文章題の本質であるとすると，意味づけが一貫していない解き方の妥当性は疑問が残る．

4.6.4 比例式との関係

二つの存在量をX,Yとし，XとYが乗除の関係を持っている場合，X : Y＝１ : ａの比例式が成り立つ．この比例式を構成する四つの数が，二重線分図や四マス関係表を構成する四つの数となる．三量命題モデルが三つの量で成立するのは，関係量は，Ｘが１あたりのａとして，ａを用いているからである．また，この式は，Y＝aXを表しているに過ぎないといえる．算数の文章題で扱う乗除はこの式に統合できるものであり，意味を持った量の関係としてこの式を説明しつつ，一貫性を担保ことが本稿の目指すことである．

4.7 関係量の相対性

他の存在量に対して関係量の役割を持つ量についても，他の関係量との組み合わせによっては存在量として扱われる場合がある．たとえば，速度は時間と距離という存在量に対しては関係量であるが，相対速度という関係量に対しては存在量として加減が可能となる．また，加速度という関係量を用いると，乗除が可能となる．これを関係量の相対性と呼ぶ．

5. 統合的解釈の学習課題化

5.1 統合的図式再構成課題

本稿では，学習場面において存在する量と量間の関係を図式化してきた．これらの図式を部品化し，その組み立てを学習者に行わせることが学習課題化の基本となると考えている．

図10に統合的図式再構成課題の一例を示した．個々のカードは量命題を表しており，三つのカードの組み合わせで算数的場面を作成する課題となっている．(I)のカードを利用するように制約しているが，可能な組み合わせを限定することで，課題1での網羅的な組み合わせ，課題2における足りないカードの補完，課題3の他者との話し合い，を可能にするためである．また，この課題は「リンゴ８個」を介して四則の場面が繋がる場面間統合となっているが，「リンゴ 8 個」と「皿４枚」に関しては，場面内統合となっている．さらに，三つの量間の関係づけだけを求めており，それらの演算を明示させることはこれらに関しては行っていない．これは，演算としてではなく，関係として考える課題を設定する意図がある．場面に対しての複数の演算を考えさえる課題は，別途必要と考えている．

カードの組み合わせに対して文章を書かせているのは，

・課題１

（I）のカードに加えて，（II）－（VI）のカードから1枚，（A)－(F)のカードから1枚を選んで組み合わせて，数式で表現できる場面をできるだけたくさん作ってください．さらに，その場面を文章で表現してください．（例）（I，A，III）　「リンゴが11個ありました．リンゴが3個減りました．リンゴが８個あります」

・課題２

使えないカードを見つけて，そのカードを使えるようにするために必要なカードを作ってください．

・使えないカードの番号を記載し，そのカードを使うために使えるカードを記載してください（複数あります）．

・課題３．

各自の回答を他の人と比べてみてください．

図 10　統合的図式再構成課題

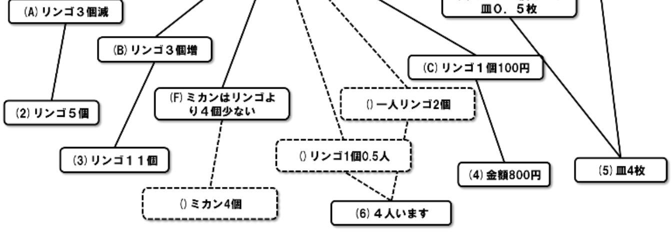

図 11　統合的図式の再構成

量命題の組み合わせが適切に解釈されていることを確認するためである．図 11 の実線部分が課題 1 の解答であり，破線部分が課題 2 の解答となる．

5.2 アンプラグド課題としての試験的実施

筆者はこれらの課題を先行研究同様に，自動診断・フィードバックを伴ったシステムとして実装することを予定しているが，アンプラグドな課題として実施可能であると考えている．この考えに沿って，教員グループを対象とした実施を 2 回，大学生グループを対象とした実施を 3 回行った．これらについて概説する．

5.2.1 教員らによる実施

教員グループ 1 は，小学校校長 2 名，教育委員会所属小学校教員 1 名，中学校教頭 1 名の計 4 名，教育グループ 2 は，同一小学校の教員 13 名であった．教員に対する実施では，いずれの場合も話し合いながらの実施であった．結果として，本課題は教員にとっても真剣に考え，また話し合うことが必要となる課題であること，算数の文章題の範囲を超えているわけではなく，学習の目標になりえること，および，従来の内容に単なる発展ではないため，どのように接続するかに関して十分な検討が必要であること，を示唆する結果を得た．これらの議論をもとに，小学校の授業導入に関する検討を進めており，詳細については別途報告する予定である．

5.2.2 大学生群 1

被験者は筆者の研究室に所属する情報系大学学部・大学院生であり，三量命題モデルについての話を聞いたことがあるが，研究課題として取り組んだことはない学生である．この実施は図 10 の課題設定どおりに実施しており，課題 1，2 を 20 分で行ってもらった．15 分で課題 3 を実施してもらった後，{ 5：そう思う，4：ややそう思う，3：どちらともいえない，2：あまりそう思わない，1：そう思わない}，の 5 件法でアンケート調査を行った．結果を表 1 に示した．

表 1　大学生群 1 のアンケート結果

	5	4	3	2	1
課題は簡単だった	2	6	2	0	0
深い理解を必要とする課題であった	6	4	0	0	0
課題で考えた関係の存在を知っていた	0	4	1	3	2
算数文章題の学習になった	5	4	1	0	0
他の人と話し合いで答え合わせができた	9	1	0	0	0
話し合うことで新しい気づきがあった	7	3	0	0	0

全員が深い理解を必要とする回答しており，9 割が学習になったとしている．また，話し合いに対しては全員が肯定的な回答となっている．特殊性のある被験者群ではあるが，大学生にとっても図 10 の課題は実行する価値のあることが示唆された．

5.2.3 大学生群 2

インドネシアの国立大学の情報系学部（3 年生）に属する学生に対して同様の課題を実施し，61 名分のデータを収集した．同期オンラインでの実施であったため，課題 3 は省略した．内容は英語化している．知識モデリングの一般論の後，算数の文章題という単純と思われている課題に対してモデリングの意義を説明する前段階としての課題として取り組んでもらっており，三量命題モデルの説明は事前には行っていない．

アンケート内容と結果を表 2 にまとめた．8 割が深い理解を必要とする課題であったとし，9 割弱が学習になったと回答している．カードの分類の妥当性についても回答してもらったところ，6 割強が肯定し，否定は 1 割に満たなかった．また，その二群がどう違うかについても自由記述で回答してもらったが全員が何らかの説明を行っており，概ね存在に関する量と操作に関する量の分類である主旨の回答となっており，分類の意図は読み取れていたことが示唆される．

5.2.4 大学生群 3

情報系大学学部 3 年生（国内）に対しても実施 2 と同様の形で課題を実施し 81 名分のデータを収集した．

表 2　大学生群 2 のアンケート結果

	5	4	3	2	1
課題は簡単だった	12	21	21	4	3
深い理解を必要とする課題であった	25	24	11	1	0
課題で考えた関係の存在を知っていた	4	3	8	15	31
算数文章題の学習になった	35	19	6	1	0
カードを (I) -(VI)と(A)-(F)に分けたのは適当である．	23	16	20	2	0

表 3　大学生群 3 のアンケート結果

	5	4	3	2	1
課題は簡単だった	23	34	16	7	1
深い理解を必要とする課題であった	46	22	10	1	2
課題で考えた関係の存在を知っていた	14	22	19	19	7
算数文章題の学習になった	28	38	9	2	4
カードを (I) -(VI)と(A)-(F)に分けたのは適当である．	47	22	4	6	2

実施３では,「割合」としての関係量を含めるために,（C）を「１／２倍」に,（IV）を「800 円」に置き換えている．データを収集できた全員が「割合」の文も一あたり量と同様に使った場面構成ができていた．アンケート結果は表３に示したが，概ね同じであったといえる．割合を入れても結果に差が現れなかったことから，この課題を考えるうえでは，一あたり量と割合を関係量として取り扱うことは被験者らにとって違和感があることが示唆される.

5.3 アンプラグドな実施の考察

図 11 に示した再構成課題は，教員及び大学生に好評であった．特に，話し合いにおいての有用性について，ほぼ全員の賛成が得られた．これは，三量命題モデルによる,（１）算数の文章題を分割・部品化,（２）部品の可視化・操作対象化，が認知的妥当性を持っていることを示唆しており，その結果として,（３）部品とその操作の共有化，ができていると考えられる.

この結果を踏まえて，教育現場での利用方法に関して，継続的に検討を進める予定である．また，話し合いが活性化されるとの指摘は「三者共有計算可能表現」の実現を示唆している.

大学生の実施を通して，リメディアル教育，あるいはリスキリングの一環としての運用可能性が示せたと考えている．大学生群２と３に関しては，三量命題モデルの説明なしに課題を行わせたにもかかわらず，良好な結果を得ており，これは三量命題モデルに基づく四則の統合的解釈及びその課題化が被験者らの認知に近い形で提供できていたことが示唆される重要な結果であると考えている．また，存在量と関係量の分離,「割合」と「一あたり量」を関係量として取り扱うことに関して，疑義が出なかったことは，本統合的解釈の妥当性を示唆するものとなっている.

6. おわりに

三量命題モデルは，全ての量に単位を求める．この単位は量概念そのものであり,「リンゴ 8 個」の単位は,「リンゴ８個」となる．このような単位を持たせることによって，文章題を量に分解して考えても計算可能としている．たとえば,「リンゴ８個の１／２倍はリンゴ４個である」と「リンゴ４個の２倍はリンゴ８個である」に含まれる１／２倍，２倍を文から独立させるためには，それぞれに（リンゴ４個／リンゴ８個),（リンゴ８個／リンゴ４個）という単位が必要とある．「１／２倍」自体は無単位でもよいが，文章題を構成する量として用いる際には，関係量として関係づける二つの存在量で構成される単位が必要となる.

「文」に頼るのではなく,「量」として捉えるための計算可能な表現が三量命題モデルである．このモデルを用いることで，算数文章題を量で部品化し，その組み合わせとして作問を行わせる作問学習が成立した．この作問学習における部品としての量が，単にシステムにとって計算可能というだけでなく，学習者と教授者にとっても共有の計算可能表現になっているとの知見が本稿になっている．元々は知識工学的発想からの始まったものであるが，学習者・教授者・システムによる共有の計算可能表現を作り出すことは知識工学の目標の一つであり，本稿はその成功例となる可能性がある. 教材は時間的安定性が高い対象であることから，同様のアプローチ(6)で教材分析の可能性は大きいと期待している.

参 考 文 献

(1) 平嶋宗. (2021). 思考の外在的行為化の場としての仮想空間–学習支援の立場から–. 人工知能, 36(4), 476-479.

(2) 平嶋宗，前田一誠，岩井健吾，山元翔，松本慎平，林雄介. (2022). 量命題を部品とした算数単位文章題組立作問学習ソフト 「モンサクン」 の小学校全学年での試験的利用. 教育システム情報学会誌, 39(3), 357-367.

(3) Hirashima, T., Furukubo, K., Yamamoto, S., Hayashi, Y., & Maeda, K. (2016). Practical use of triangle block model for bridging between problem and solution in arithmetic word problems. ICCE2016, 36-45.

(4) 平嶋宗. (2023). 学習支援におけるドメイン駆動設計. In 人工知能学会全国大会論文集 第 37 回

(5) 守山 映見里，尾坂 隆児，清水 拓海，林 雄介，平嶋宗 : 三量命題モデルのオープン化としての複数算数文章題連結的組立演習システムの開発と予備的評価, 教育システム情報学会誌，41(1)（掲載予定）

(6) 平嶋宗. (2015). 「学習課題」 中心の学習研究: 情報構造としての学習課題の再定義と構造操作としての学習活動の設計. 人工知能, 30(3), 277-280.