線形代数授業におけるオンライン問題の活用と学習分析

吉冨 賢太郎

大阪公立大学 国際基幹教育機構

Use of Online Questions and Learning Analysis in Linear Algebra Courses

Kentaro Yoshitomi

Faculty of Liberal Arts, Sciences, and Global Education, Osaka Metropolitan University

大学初年次線形代数の授業において, 動画開発による反転授業設計を 2014 年から行ってきたが, 問い掛けの重要性から, LMS 上の CAS 利用のオンライン問題活用に基軸を移し, 反転学習・授業内演習・復習用に活用している. オンライン演習を合格点まで繰り返し実施することにより, 理解が深まることを目標としているが, 学習分析を昨年度よりさらに多角的に進めることにより, 個々の問題教材や授業設計の問題点を考察し, 問題の活用方法や授業設計, 学生の指導方法について改善点を考えたい.

キーワード： 線形代数, オンライン教材, 反転学習, 数学教育, 自動採点システム, 学習分析

1. はじめに

昨年度の第 2 回研究会において, 筆者は, 大学初年次の線形代数授業におけるこれまで行ってきた取り組みとオンライン問題の開発・運用と現状について報告した. 以下にその概要を述べる. 詳しくは, 研究会報告(1) を参照されたい.

工学部 (旧工学域) 大学初年次線形代数授業 (80 人規模) 向けのオンライン演習問題を, YouTube にて公開済みの解説動画の理解促進, 反転学習の予習, 対面授業における問掛けや授業内演習, 自宅学習などを目的として通年の内容すべてについて開発し, LMS 上に設置, 利用している. 問題は, ほぼすべて, Moodle のプラグインである STACK(2)(3) によって開発されており, 証明などについては, Moodle のドラッグ&ドロップ等を用いて構成している. なお, 多肢選択問題も以前は自動生成と Moodle のランダム出題による疑似ランダム化を用いていたが(4), 現在は, STACK でフィードバック可能な実装方法を開発し利用している(5).

演習問題の開発理念として, 自分で考え, 自分で解き進めるうちに, 気付きや理解の深化がはかられるような概念理解が深まる問題を念頭においている. 単なる計算問題はほぼ皆無で, 計算過程の入力や, 問題文を読んで考える必要のある問題を中心としている. また, 行列の基本変形などの計算問題も, Wolfram Alpha(あるいは, chatGPT) などに質問して答が得られる問題もあるが, 入力する手間よりも自分で考えて答えた方がはるかに早く効率的であるような問題としており, これらは, チーティング耐性を持つ問題として開発方針の 1 つである.

このようなオンライン問題を学生に実施させる動機付けとして, 達成度 (合格点 (10 点中 8 点) に達した問題の割合) で, 平常点 (40〜50 点) のうち 10 点程度成績に加味したり, Moodle の機能であるデジタルバッジの付与を利用した. しかし, 対面になってから特に, オンライン演習の実施率はあがっていない.

オンライン演習問題の達成率と紙の小テストや期末テストの間に弱い相関は認められるものの, 目標が達成されているとは言えない状況である.

以上が去年 (まで) の報告の概要である.

今回は, 上記で活用した授業において, 対面授業なのに欠席する学生数がコロナ禍前よりむしろ増えていることやオンライン演習を実施しない学生が相当数いる点について, 学習分析により分析・検討した内容について報告する. ここで言う学習分析は, 2021 年度と 2022

学籍番号	氏名	E1-1-1	E1-1-2	E1-1-3	E1-2-1
AAA0000	山田花子	10.0	9.0	1.0	6.0
AAA0001	大阪太郎	0.0	0.0	0.0	0.0
AAA0002	京都次郎	10.0	9.0	2.0	8.0
AAA0004	青森三郎	10.0	8.0	1.0	10.0

図 1　オンライン演習データ見本図

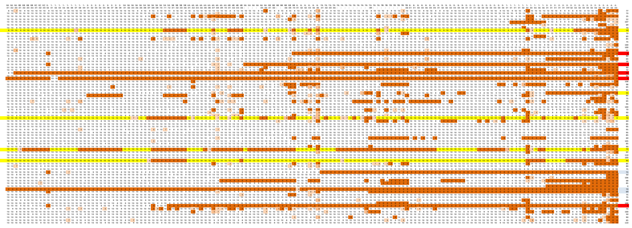

図 2　演習実施の視覚化と成績 (2021 年前期)

年度の通年の内容について, オンライン演習やオンライン小テストの学習データ (Moodle の評定者レポート) を分析し, また, 個別の問題について, 学生の全般的な実施状況やさらに, 個々の学生の実施状況の分析を指す. 合わせて, 学生への面談やアンケートを通じて, オンライン問題の構成や授業モデルについて, 何が問題であったか分析し, オンライン問題を活用した効果的な授業設計について検討する. さらに, 現在進行中の 2023 年度授業において, 検討内容を反映できている範囲での実施状況について報告する.

2. 学習分析

2.1 実施状況の視覚化と大域分析

Excel における条件付書式を用いて, オンライン演習の最終得点 (すべてデフォルトの 10 点満点で統一している) について, 色分けを行い, オンライン演習問題の実施状況の視覚化を行った. テーブルの構造を示すサンプル図を図 1 に, 2021 年度と 2022 年度の前期の実際のデータを図 2,3 に示す. 図 1 は, 図 2,3 の右上を拡大するとおおよそこのようになっているという意味である. 少し重いが, 投稿したままの PDF であれば, 拡大して実際のデータを見ることができる (個人情報は削除してある).

この視覚化により, 次の 2 つの方向について, 分析することができる.

- 横方向 (学生毎) の分析
- 縦方向 (問題毎) の分析

横方向, つまり, 学生毎の分析では, まったく手をつけていない学生や最初はやっていたが, 途中でやらなくなった (ついてこれなくなった) 学生が受かびあがる. この分析は, 授業期間が終了してからでは, 実は遅い. 授業開始から, 分析内容を随時監視すべきであり, あやしい学生には早い内から声かけすることが重要である. 例え, やらなくてもできる学生であれば, 声かけに対してきちんと回答してくると思われるので, できるだけ早いうちから声かけすることが望ましいと考える.

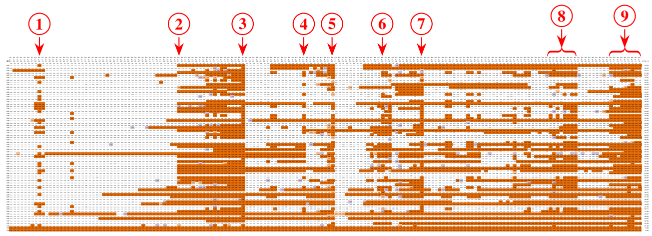

図 3　演習実施状況の視覚化と成績 (2022 年前期)

一方, 縦方向, つまり, 問題毎の分析では, 問題の特徴を分析することが可能であろう. ほぼ誰もができていない問題, あるいは, できている学生が半分くらいしかいない問題など, 問題があるかもしれない問題の発見が可能である. また, 現在はオンライン演習問題は, 階層や分類を与えずに均等な展開を行っているため, この分析によって, 逆に分類ができる可能性がある.

リアルタイムな分析により, バグがある問題の早期発見に繋がる. 学生がバグに気付いて連絡してくれる場合があるが, できれば, 教員側の考察で発見して, 修正するのが望ましいのは言うまでもない.

また, 認知的負荷が高い, あるいは, 学生が苦手な形式や内容でいきなり取り組むのは難しい問題である可能性もある. 「数学者が当たり前と考えることは学生には当たり前ではない」という法則はさまざまなところで顔を出す.

このような問題を縦方向の分析で発見した場合, 個別の問題検証, つまり, より局所的な分析が必要となる.

2.2 学習分析: 局所的な分析

ここで言う局所的な分析とは, 前節のような視覚的に捉えられた情報に基づいて, 個々の学習者や個々の問題に対して行う分析を指す.

まず, 問題のある学習者を発見した場合, 通常, LMS では, その学習者に限定した学習に関するデータを表示することができる. Moodle では, 学習者のアクセス分析から, 「詳細レポート」, 「アウトラインレポート」

「評定概要」, 評定の「シングルビュー」などを用いて学習状況を把握することが可能である.

また, 特定の問題の特定の学生の解答を分析することが, 最も局所的な分析であるが, LMS から得られるデータとしては, 取り組み時間, 取り組み回数, 得点の推移, 解答内容があげられる.

本稿では詳しくは述べないが, 解答内容の分析は, 誤答分析による誤答パターン解析に有効で, 誤答パターン解析は, 解答に応じたフィードバックに欠くことができない重要なステップである. 通常は, フィードバックを完備していてもなお, 想定外の解答が出た場合にさらに誤答を分析し, フィードバックを充実化することにより, 学習教材としての問題教材の品質が向上する.

また, 学生への面談も非常に有効である. 昨年度より, 大福帳.js[(6)] を利用して毎回のコメントを学生に記入してもらっているが, その中でヘルプ信号を発する場合もあり, 今年度, すでにそれに対応して, 数学相談室での個別ケアをしている.

一方, 問題については, 視覚化された情報から, 誰も達成されていない問題がいくつか受かびあがってくる. 図 3 において, ①〜⑧で示した部分である. 本稿では, これらの問題について, 以下の節で簡単に説明する.

2.3　問題の分析例

①については, 問題にバグがあり, 多肢選択問題の選択肢が, プラグラムの typo により, 確率的に選択肢不足のエラーが発生していた. このため, 全員ではないが, この段階で目立って未達成の問題となっていたのである. 自習教材としてのバグは非常に致命的であり, 教員が想定する以上に留意すべきポイントであることが, これまでの経験からわかっているが, 問題開発に傾注している段階ではなかなかバグの発見に神経が回らず, このようなケースが当座発生することになる. 回避する方法としては, STACK の問題編集において行える「問題のテストとデプロイ」を使用することである程度回避できる. 今年度は, ほぼすべての問題において必ずこのデプロイによってパターンをあらかじめ生成しておいて確認するようにしている.

②は, 図 4 の問題 (E2-4-01) である. この問題は, 説明をじっくり読んで, 行列の写像の定義を理解するための問題である. 非常に基本的で, しかしながら, 後期に至るまでこの概念で混乱を生じる学生が多い. 例え

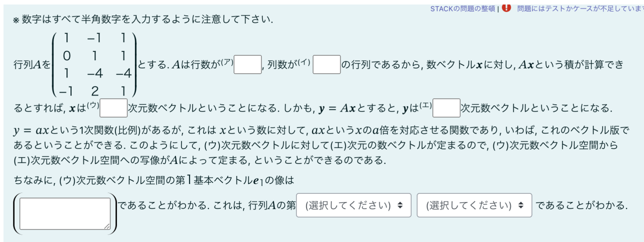

図 4　E2-4-01

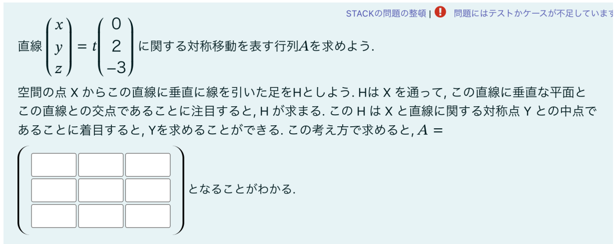

図 5　E2-5-05

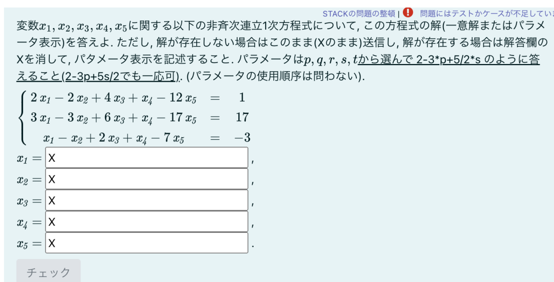

図 6　E3-4-14

ば, 3×4 行列の定める写像が $R^4 \to R^3$ なのか $R^3 \to R^4$ なのかがわからないのである. 授業における説明でも, 3×4 行列を左からかけることができるベクトルは何次元の数ベクトルか, という問掛けをし, 本演習問題でも同じ問掛けをしているのであるが, 行列を写像と考えるところで認知的負荷がかかっていると考えられ, 首をかしげる学生が多い. 数学教育としてよりふみこんだ研究が必要なテーマの 1 つとなっている.

③は, 図 5 の問題 (E2-5-05) である. この問題の場合, 考え方がわからず手をつけられなかった学生が多かったと思われる. しかし, 問題の難易度としては, 高等学校の昔のカリキュラムの範囲の問題であるから, それほど難しくない. 考えさせるという目的では向いている問題であるが, 概念理解を深める問題として適切であるかどうかは検討の余地があると考えられる.

⑥は, 図 6 の問題 E3-4-14 である. ただし, この問題では, このタイプの問題が 5 題構成されており, 時間的に全部やりきることができなかった学生が多かったと考えられる. 課題として, 必ず実施させる場合には, 各問題の構成問題数を適度に調整することが肝要だ.

⑧, ⑨は, 最後の節で行列式に関する問題の後半である.

本学では, 行列式は抽象的な定義を教科書としては用いており, 学生の認知的負荷は明らかに高い. 特に, 多重線形性の概念で戸惑う学生が多い. そのため, 2 次行列式, 3 次行列式で, できるだけ多くの実例に問題で触れてもらうことで概念理解に至るように問題開発しているが, 自習だけで進めるにはかなり困難であるとと考えられる.

今年度は, それを見越して, 2 次行列式の節 (§4-1) を先行してやるように学生に声をかけているところであるが, 今のところ実施している様子はない.

このような, 概念的理解の困難性と, それまでの内容が押している関係で, 最後は息切れ状態になっているのが⑧,⑨ であると考えている.

その他については, 本稿では略すが, 多くの, あるいはほぼすべての学生がつまづいている場合, その問題が「公文式」的にこなす問題としては, 不適切であり, 授業形態や授業設計, 利用目的 (評価が課題か学習か) に応じて使い分けの必要があることが明確になってきた.

今後, このようなつまづきの問題のうち, 不適切な問題は避け, あるいは, ヒントや説明の方法, 出題形式に改良を加えることによって設置方法の改良が必要である.

3. Moodle への配置と授業設計の検討

本節では, 前節で行った分析に基づき, オンライン問題の Moodle への配置と授業設計について検討する. 今年度は, この検討に基づいた試みを行っている.

3.1 Moodle への配置

反転授業を目的としたオンライン演習問題を開発した当初は予習用問題, その他の演習用問題として分類していたが, 予習用問題を実施完了できる学生が極端に少なく, 最近は, 均等に問題を配置するようにしていた. これは, 学生に, 自分でできる問題をできるだけやってもらう, というねらいであり, 特にコロナ禍ではそのようにするのが妥当と思われた.

その後, 対面に移行していく過程 (2021 年度〜2022 年度) で, 次第にオンライン演習問題の実施状況が悪くなった. このような状況で前節までのような学習ログの分析を行った結果や, 大福帳による学生の声などから判断して, 予習用の問題は一定程度設け, 授業内演習用, 復習用に分類することがやはり妥当ではないかと考えるに至った. これは, 昨年度の研究会でも示唆されたことである.

また, 授業内演習や復習用の問題は, 繰り返し実施することが望ましい. これは, 形成的評価を目的としたものであり, 数学教育で用いられる APOS 理論の Actions と Process を ICT で支援するものと考えている. 繰り返す内に認知的負荷が下がり, 概念的に自明と思える一種の内化が, 学生に起こることを期待する.

ただし, 学生によっては, 解ける, あるいは理解できるという問題を解かせる必要はない. そこで, 小テストを設置し, できなかった問題だけを繰り返し実施してもらうのがよいと考える. これは, 自習教材のデザインとしてのプレテスト-学習-ポストテストという設計を, 小テストに 2 回以上の受験可能回数を設定することにより, エミュレートする問題配置と言える.

3.2 授業設計の検討

授業設計について, 授業の基本的なスタイルに応じて検討したい.

オンライン授業 コロナ後では, 完全なオンライン授業になることは今後はないと考えられるが, オンデマンドオンライン授業用の教材として, 臨時的に, あるいは, 学生の自習教材として活用は可能である. その場合, 自習という性質から, 説明の必要なものには何らかのマークをつけ, 基礎的で自習で進めやすい問題に取り組ませる必要があると考えられる.

ガイドつきの問題で分析から多くの学生が簡単にできているような場合は予習, 授業でも説明を補足した方がいいような問題は, 授業内演習として利用するのが妥当であろう.

対面授業 通常の対面授業においても, 大福帳における学生のコメントを見ると, 予習をすることで, 授業で聞きたいポイントを絞ることができたり, 授業で説明を改めて聞くことにより理解が深まったという意見が多く見られる. このような点から, 多くの学生が躓くことなく解答可能ないくつかの問題を予習教材として設置することができる. 今後は, 予習したからわかったという学生が具体的に実施した問題を特定し, 予習用問題として, 配置もしくは授業で指示するのがよいかもしれない. ただし, 反転授業ではないので, 予習してこ

なかったことで不利にならないようにするという配慮も必要となり, 通常の講義の中で簡潔かつ平易に説明することが効果的であろうと考える.

また, 授業内の演習教材については, 説明の必要な問題を授業内で解説し, その場で解答させ, できなかった範囲は復習に回す, という利用方法が考えられる. 大阪府立大学において運用していた MATH ON WEB を活用した授業モデル(7)を STACK を使って実現したモデルと言うことができる.

さらに, この授業モデルにおいては, 次回授業の冒頭で紙の小テストを行っていたが, オンライン問題に切り替えられる問題も多くあり, それらを使うことによって, 授業での解説や演習時間をより多く確保できる. ただし, この場合も学生の自宅学習時間が過剰にならないようにすることも留意したい.

反転授業 反転授業は, 予習を学生にしてきてもらうことを前提にする授業モデルであるが, 数学の場合, 「予習しても理解できない」という現象が発生する. 知識ベースの授業や日常に密着した科目においては, 「理解できない」という状況はまず起こらないが, 特に代数系の科目では, 概念が理解できないという現象が発生する. 例えば, 後期の「抽象ベクトル空間の定義」を予習させることは困難である. この点は, 微積分学を含めた他の科目と異なる点であると言える. 後期授業開始前に Moodle のアナウンスで予習をよびかけたことが何度もあるが, うまく行ったことはない. 前期までの範囲であれば必ずしも, 無理ではないが, 空間図形の平面の方程式や行列が高校カリキュラムからはずれている現状では, 上述の「予習をできる範囲でしてもらう対面授業」が線形代数に関しては, 適しているのではないかと考えている.

ただし, 問題や動画の改良によって, 今後は少しずつ反転形式に近づける研究を進めていきたい.

3.3 現在の実施状況

最後に, 2023 年度前期における授業設計と運用状況・学生の実施状況について原稿執筆時点での状況を付記しておく. 発表では, 最新の状況について報告する予定である.

今年度は, 3.1 で述べたように, オンライン演習の実施は任意とし, 細かくステップに分けて, オンラインテストを設置している. オンライン演習をやらなくても, オンラインテストを完了すれば一定の平常点になるという設定である.

図 7　2023 年度配置例

オンライン小テストは, すべて 2 回以上受験可能であり, 1 回受験して, できなかった問題をオンライン演習でじっくり取り組んで再度受験ということが可能である.

また, 各節毎に 2〜4 程度のオンライン小テストがあるが, 順に完了しなければ先に進めないように, 利用制限を Moodle の活動完了の機能を用いて設置している. 最後に行くほど配点が高くようにしておけば, 学生はすべてを実施することが重要になる (図 7).

図 8 に小テストの現在までの実施状況を示した. 赤い部分は 2 点以下で, 実質未受験と考えられる部分である. 中央の赤い縦の部分は, 必須ではないので後回しした部分である. 学生によっては, 先まで進んでいる学生もいるのがわかる.

また, 特定の学生 2 名は一切活動がないが, それ以外で見ると, 1 名かなりの重症と言える状態の学生がおり, 他に 5 名, 個別に指導が必要と思われる学生がいるこ

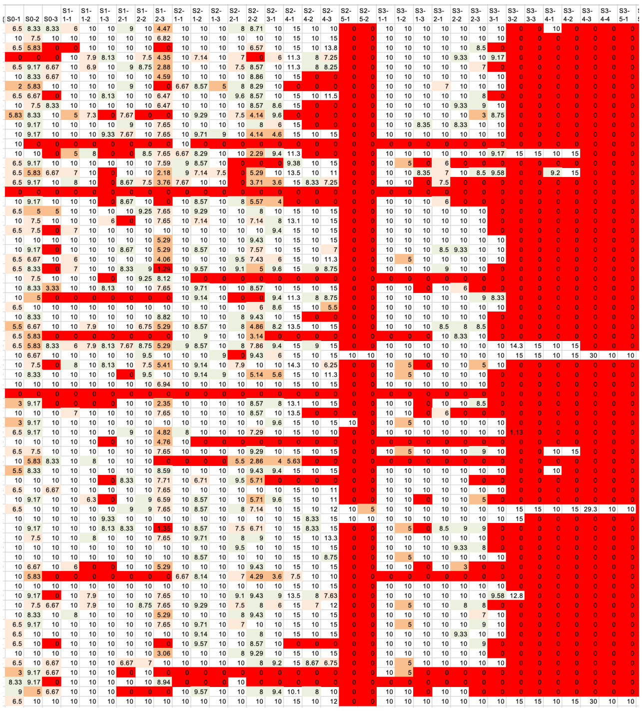

図 8　2023 年度オンライン小テストの状況

とがわかる.

このように, 小テストでの状況にしぼって分析することで, 早期に対処することが可能である. 実際, 初期にメールで声かけした何人かのうち, 一名はその後, 授業後や数学相談室に来て質問をしに来るということがしばしば見られ, 個別対応の効果はあると考えている.

上述の学生群には早い段階で連絡はしたが反応がなかった. 今後, 再度連絡して対応していく予定である.

4.　まとめと課題

昨年度に続き, 大学初年次数学 (線形代数) において, オンライン演習を活用し, 学生の概念理解の促進を目指している. これまでの学習ログデータの分析結果から, 学生毎の要指導学生の検出, 要改訂の問題の検出, 問題の目的別分類への利用への可能性について検討した.

今年度は, 上記の分析を踏まえて, 自習教材のプレテスト-学習-ポストテストの考え方を適用し,

・小テストができれば演習は不要 (負担軽減)

・小テストに合格すれば次に進める (ゲーム性)

・小テストのために演習を反復 (形成的評価)

のサイクルを目指して運用している. 現在のところ, 格段に指導が必要な学生を数名検出しており, 今後の指導に役立てたいと考えている.

今後は, 学生からの質問の多い問題は, 時間のかかる問題やじっくり取り組むべき問題として課題用とするなど, より適切な分類と問題配置を行い, 反転学習用の予習問題としての分類も行って, 学生・教員の両者にとって, 負担は少ないがより効果的な教材として整備してくことが課題である.

謝辞

本研究は JSPS 科研費 21H00921 の助成を受けたものです.

参考文献

(1) 吉冨 賢太郎, “線形代数における形成的評価を目的とするオンライン演習問題について”、教育システム情報学会 2022 年度第 2 回研究会報告,pp.49–56, (2022).

(2) STACK ホームページ http://stack.bham.ac.uk/

(3) https://github.com/maths/moodle-qtype_stack (2023 年 6 月 15 日確認)

(4) K.Yoshitomi, “Generation of Abundant Multi-choice or STACK Type Questions Using CAS for Random Assignments”, in “Mathematical Software – ICMS 2018”, Springer, pp.492–497, (2018).

(5) K.Yoshitomi, “Multiple-choice questions using STACK with partial score and feedback”, ATCM 2022 Proceedings, pp.333–342, (2022),

(6) 大福帳.js https://goose.cite.tohoku.ac.jp/daifukujs/ (2023.6.15 確認)

(7) K.Yoshitomi, M.Kawazoe, “E-learning/e-assessment systems based on webMathematica for university mathematics education”, MSOR Connections Vol15(2), pp.17–24, (2017).