

ナンバープレースパズル初学者を対象とした 推論規則の学習支援システムの提案

保永 治輝^{*1}, 國宗 永佳^{*2}

^{*1} 千葉工業大学大学院情報科学研究科 ^{*2} 千葉工業大学情報科学部

Proposal of a learning support system of inference rules for solving Number Place puzzles for beginners

Haruki Honaga^{*1}, Hisayoshi Kunimune^{*2}

^{*1} Graduate School of Information and Computer Science, Chiba Institute of Technology

^{*2} Faculty of Information and Computer Science, Chiba Institute of Technology

"Number Place", also known as Sudoku, is a type of pencil puzzles in which the numbers 1 to 9 are to be filled on 9x9 cells. There are various rules to infer a number to be filled into a cell. Since the rules required to fill all cells vary depending on the problems, solutionists have to understand these rules to solve various problems. However, it is difficult especially for novices of "Number Place" to know and understand various rules. This study proposes a system to support the learning of the rules for beginners of "Number Place".

キーワード:ナンバープレースパズル, 推論規則, 学習支援システム

1. はじめに

ナンバープレースパズルは 9×9 マスの盤面に 1 から 9 の数字を埋めていくペンシルパズルであり, 数独とも呼ばれている. このパズルには, 同一の列, 同一の行, 盤面を 9 つに分割した 3×3 マス (以下, ブロック) の 3 つの領域 (以下, 統合領域) 内で同じ数字が重複しないように全てのマスに埋めるというルールがある. このルールに従ってマスに埋めていくためには, 様々な解法を用いる必要がある. ここではマスに埋めていく際に用いられる解法を明文化したものを推論規則とよぶ. ナンバープレースパズルは問題によって全てのマスに埋めるために必要な推論規則が異なり, 様々な問題を解くためには複数の推論規則を理解する必要がある. しかし, ナンバープレースパズルの Web アプリケーション⁽¹⁾や書籍⁽²⁾などでは, 解法の解説はされているが, 問題の答えに至るまでの道筋の解説が

されておらず, 自身が理解できていない推論規則の種類を知ることは難しい. 本研究では, ナンバープレースパズルの解法の学習を支援することを目的として, 推論規則の学習支援システム (以下, 本システム) を提案する. また, 本研究では, 本研究で学習対象とする推論規則を全て理解できていない人, 自身が理解できていない推論規則がわからない人を初学者とし, 学習支援の対象者としている.

2. 関連研究

松原⁽³⁾は人間がナンバープレースパズルを解く場合に用いる解法をコンピュータで実現することを目的とした研究を行った. この研究では, 人間がナンバープレースパズルを解く際に用いられる解法を明文化し, 5 つの推論規則としてまとめている.

土出ら⁽⁴⁾はナンバープレースパズルの問題の難易度を判定する手法を提案した. この研究では, 松原⁽³⁾が

まとめた5つの推論規則にCRBE法, 対角線法と呼ばれる2つを加えた7つの推論規則を用いた難易度の判定を実現している。また, 松原^③がまとめた推論規則については, それぞれ単一候補法, 単一マス法, 双子法, 共有候補法, 三子法, 対角線法と呼ばれている。この手法では難易度の判定に際して, 推論規則のレベルを表1のように定めている。

表1 解法のレベル (文献(4)より引用)

レベル	解法
レベル1	CUBE法
レベル2	単一候補法, 単一マス法
レベル3	双子法
レベル4	共有候補法
レベル5	三子法
レベル6	対角線法

土出ら^④は推論規則の適用順番を表1のレベルの低いものから適用するとしている。本研究では, 表1に示された名称及びレベルを参考に推論規則の学習支援を行う。また, CRBE法は単一マス法を特定の条件下で利用する推論規則であるため, 本研究では単一マス法と同一のものであるとみなしている。

以下に, 松原^③および土出ら^④がまとめた推論規則の概要を示す。本研究では, これらの推論規則を学習対象とする。なお候補数字とは, ある盤面において各マスに埋まる可能性のある数字のことである。

- 単一候補法
候補数字が1つしかないマスには, その候補数字を埋めることができる。
- 単一マス法
ある数が統合領域内の1つのマスの候補数字にのみ存在するならば, そのマスにその数字を埋めることができる。
- 双子法
双子法は以下の2つの規則からなる。
(1) 統合領域内の2つのマス c_1, c_2 双方の候補数字に, 2つの数字 n_1, n_2 のみが存在するならば, その統合領域内の c_1, c_2 以外のマスの候補数字から

n_1, n_2 を消すことができる。

- (2) 2つの数字 n_1, n_2 が, 統合領域内の2つのマス c_1, c_2 の候補数字にのみ存在するならば, c_1, c_2 の候補数字から n_1, n_2 以外の数字を消すことができる。

- 共有候補法

共有候補法は以下の2つの規則からなる。

- (1) ある数字がブロック内で, 同じ行(または列)のマスの候補数字にのみ存在するならば, ブロック外の同じ行(列)のマスの候補数字からその数字を消すことができる。
- (2) ある数字が行(または列)内で, 同じブロックのマスの候補数字にのみ存在するならば, そのブロック内の別の行(列)のマスの候補数字からその数字を消すことができる。

- 三子法

共有候補法は以下の2つの規則からなる。

- (1) 統合領域内の3つのマス c_1, c_2, c_3 全ての候補数字に, 3つの数字 n_1, n_2, n_3 のみが存在するならば, その統合領域内の c_1, c_2, c_3 以外のマスの候補数字から n_1, n_2, n_3 を消すことができる。
- (2) 3つの数字 n_1, n_2, n_3 が, 統合領域内の3つのマス c_1, c_2, c_3 の候補数字にのみ存在するならば, c_1, c_2, c_3 の候補数字から n_1, n_2, n_3 以外の数字を消すことができる。

- 対角線法

2つの行(または列)の中で, ある数字の入るマスが2マスであり, そのマスの列(行)が一致しているならば, 2つの行(列)を除く, 2つの列(行)の候補からその数字を消すことができる。

3. 学習の障害となりうる要因

初心者がナンバープレースパズルの推論規則を学習するうえで, 以下に示す4つの要因が障害になっていると考える。

1つ目の要因は, 解答者に合った難易度の問題を選択することが難しいことである。ナンバープレースパズルの推論規則には様々な種類が存在するが, 問題によって全てのマスを埋めるために必要となる推論規則の種類が異なる。ナンバープレースパズルの問題の難

易度を定める要因の1つに、全てのマス埋めるために必要となる推論規則の種類がある。しかし、問題を解く前に全てのマス埋めるために必要となる推論規則の種類を知ることができないため、解答者に合った難易度の問題を選択することは困難である。

2つ目の要因は、候補数字の記録や更新に手間や時間がかかることである。ナンバープレースパズルの推論規則を適用する際には候補数字が使われるため、候補数字を記録し、盤面の変化に伴い更新する必要がある。また、候補数字を誤って記録した場合、その後の解答過程全てに影響を与える。また、どのマスの候補数字が誤っているのかを発見することが難しいため、修正することが困難である。このように、候補数字を記録することは推論規則の適用に必要である一方、間違いなく記録、更新することに手間がかかる。

3つ目の要因は、解答者が自身でマス埋められなくなった際に、適用できる推論規則を知ることができないことである。ナンバープレースパズルでは基本的に問題と答えのみが提示される。そのため、解答者が自身でマス埋められなくなった際に、盤面に適用することのできる推論規則を知ることができず、自身が理解できていない推論規則の種類やその内容を知ることができない。

4つ目の要因は、特定の推論規則を重点的に学習することが困難なことである。推論規則は種類によって適用される頻度が異なる。表1に示した推論規則のうちレベルの高いものの場合、初期盤面から最終盤面(解答)に至るまでに一度しか適用されない問題も多く存在する。そのため、レベルの高い推論規則を重点的に学習することは困難である。

本システムの目的は、上記の学習を阻害する要因を解決または解消して初心者の学習を支援することである。

4. 提案システムの概要

本システムは、解答機能、練習機能、振り返り機能の3つの機能で推論規則の学習を支援するWebアプリケーションである。解答機能、練習機能のいずれの方法でも学習者が問題への解答を行うが、解答機能で

は学習者が入力した任意の問題への解答を行い、練習機能ではシステムによって提示される盤面への解答を行う。学習者は3つの機能を任意の順で利用することができるが、解答機能で学習者が理解できていない推論規則を明らかにし、練習機能、振り返り機能でその推論規則の学習を行うことを基本的な学習手順として想定している。

4.1 解答機能

解答機能は盤面入力画面、解答画面の2つの画面から構成される。図1に盤面入力画面の例を示す。利用者は、この画面で学習に利用する盤面を入力する。画面上の「解答をはじめめる」ボタンを押すことで解答画面へと移動し、入力された盤面に対する解答を開始する。また、画面上の「必要な推論規則を見る」ボタンを押すことで、入力された盤面の全てのマス埋めるために必要となる推論規則が図2のように表示される。本システムで扱う6つの推論規則で全てのマス埋めることができない盤面が入力された際には、そのことが表示される。また、システムで扱う6つの推論規則で全てのマス埋めることができない盤面の場合は解答画面へ移動することができない。事前に全てのマス埋めるために必要となる推論規則を示すことで、利用者が理解している推論規則のみで解ける問題や学習したい推論規則が必要となる問題など、目的に合わせた問題選択を補助できる。この機能により、3章で述べた1つ目の要因を解消できると考える。

図3に解答画面の例を示す。解答画面には現在の盤面が表示される。盤面の各マスには候補数字が小さく表示される。解答画面では、盤面に直接数字を埋めるのではなく、現在の盤面に対して適用する推論規則の種類、対象となる統合領域、数字の3つを穴埋め形式で埋めていくことで解答を行う。学習者が図3の下部のボタンで適用する推論規則を選択すると、図4の下部のような選択した推論規則に対応する穴埋め形式の入力フォームが現れる。このフォームを埋めた後、図4の「適用する」ボタンを押すことで、入力された内容を盤面に反映する。反映された盤面を新たな盤面とし、適用する推論規則を選択するという操作を繰り返

すことで解答を進める。

直接数字を記入するのではなく、穴埋め形式で解答させることで、学習者が使用した推論規則の種類やその内容を明確にするとともに、解答の誤りをなくすことができる。この機能によって、3章で考察した2つ目の要因を解消することができる。また、各推論規則を適用した際の盤面の変化を可視化し、後述するヒントの表示を用いることで、学習者が理解できていない推論規則の内容の理解を補助することができる。3章で述べた3つ目の要因を解消することができる。考える。

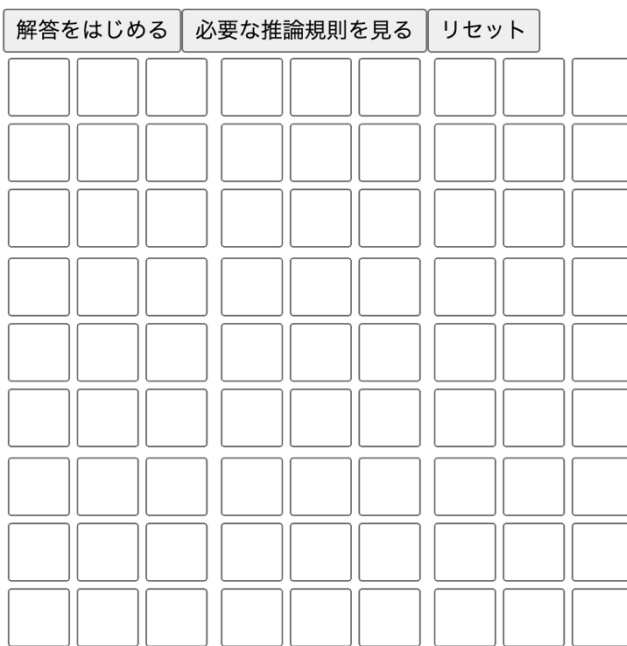


図1 盤面入力画面の例

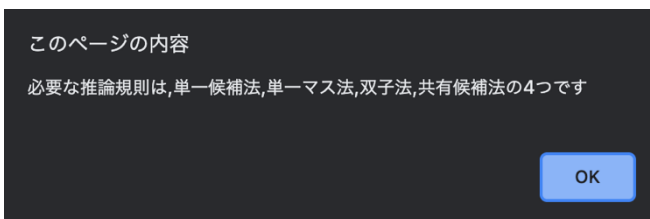


図2 必要となる推論規則の表示の例

解答画面では、利用者は任意のタイミングでヒントを確認することができる。図3右上の「ヒント」ボタンを押した際の解答画面の例を図5に示す。現在の盤面に対するヒントが表示されるとともに、ヒントと対応する盤面上の箇所が強調表示される。提示するヒントの内容は、使うことができる推論規則の種類、推論

規則の対象となる統合領域、数字の3つである。また、適用することができる推論規則が複数存在する場合には、表1で示したレベルの最も低い推論規則をヒントとして表示する。ヒントを表示することにより、利用者が自身の手で数字を埋めることができなくなってしまう際に、その盤面に適用できる推論規則の種類や適用箇所を知ることができる。

4.2 練習機能

練習機能では、利用者が事前に選択した推論規則を適用できる盤面がシステムによって提示され、利用者は規則を解答画面と同様に、図4のような穴埋め形式で解答する。このとき、解答画面とは異なり、利用者は事前に選択した推論規則を一度だけ適用する。その後、利用者が任意のタイミングで終了するまで、同じ推論規則を適用できる盤面が提示される。また、練習画面では、解答画面と同様にヒントを確認できる。この機能により、利用者は自身が選択した推論規則のみを重点的に学習することができ、3章で述べた4つ目の要因を解消することができる。考える。

4.3 振り返り機能

振り返り機能では、解答画面、練習画面でヒントを表示した際の盤面が表示される。図6に振り返り画面の例を示す。盤面は適用できる推論規則の種類ごとに分類されており、選択した盤面が表示される。また、解答ボタンを押すことで、選択した盤面を練習画面と同様に解答することができる。この機能によって、利用者の理解できていない推論規則を明確にするとともに、その推論規則の振り返りを促進することができるため、3章で述べた3つ目の要因、4つ目の要因を解消することができる。考える。

3 4 6 7	2	9	7 8 6 7 8	3 3 6 7 8	1	5	3 6 6	
5	1 6 7 6	1 3 7 6	1 2 6 6 7 9	4	1 2 3 6 6 7 9	2 3 6 6 9 7 9	8	
1 3 4 6 7	1 3 4 8 7	1 3 4 6 7	1 2 5 6 7 8 9	5	3 7 8 7 8 9	1 2 3 4 8 9 7 9	2 3 6 6 9 9	
1 3 4 6	7	1 3 4 6	4 6	2	4 6	4 5 6 9	8	3 5 6 9
8	4 6 9	4 6 4 6	3	1	5	4 6 4 6 9	4 6 9	7
2 3 4 6	5	2 3 4 6	4 6 7 8	9	4 6 7 8	2 3 4 6	1	2 3 6
1 2 4 6 7	1 4 6	1 2 4 5 6 7	1 2 4 5 7 8 9	5 3 7 8	1 2 3 4 7 8 9	3 5 6 8 9	3 6 9	1 3 3 5 6 9
9	1	1 2 5 7	1 2 5 7 8	6	1 2 3 7 8	5 8	3 3	4
1 4 6	3	8	1 4 5 9	5	1 4 9	7	2	1 5 6 9

単一候補法 単一マス法 双子法 共有候補法 三子法 対角線法

図3 解答画面の例

3 4 6 7	2	9	7 8 6 7 8	3 3 6 7 8	1	5	3 6 6	
5	1 6 7 6	1 3 7 6	1 2 6 6 7 9	4	1 2 3 6 6 7 9	2 3 6 6 9 7 9	8	
1 3 4 6 7	1 3 4 8 7	1 3 4 6 7	1 2 5 6 7 8 9	5	3 7 8 7 8 9	1 2 3 4 8 9 7 9	2 3 6 6 9 9	
1 3 4 6	7	1 3 4 6	4 6	2	4 6	4 5 6 9	8	3 5 6 9
8	4 6 9	4 6 4 6	3	1	5	4 6 4 6 9	4 6 9	7
2 3 4 6	5	2 3 4 6	4 6 7 8	9	4 6 7 8	2 3 4 6	1	2 3 6
1 2 4 6 7	1 4 6	1 2 4 5 6 7	1 2 4 5 7 8 9	5 3 7 8	1 2 3 4 7 8 9	3 5 6 8 9	3 6 9	1 3 3 5 6 9
9	1	1 2 5 7	1 2 5 7 8	6	1 2 3 7 8	5 8	3 3	4
1 4 6	3	8	1 4 5 9	5	1 4 9	7	2	1 5 6 9

単一マス法
 選択した行の中で4は1つのマスにのみ候補数字として存在するので、そのマスには4が埋まる
 適用する

図4 解答方法の例

3 4 6 7	2	9	7 8 6 7 8	3 3 6 7 8	1	5	3 6 6	
5	1 6 7 6	1 3 7 6	1 2 6 6 7 9	4	1 2 3 6 6 7 9	2 3 6 6 9 7 9	8	
1 3 4 6 7	1 3 4 8 7	1 3 4 6 7	1 2 5 6 7 8 9	5	3 7 8 7 8 9	1 2 3 4 8 9 7 9	2 3 6 6 9 9	
1 3 4 6	7	1 3 4 6	4 6	2	4 6	4 5 6 9	8	3 5 6 9
8	4 6 9	4 6 4 6	3	1	5	4 6 4 6 9	4 6 9	7
2 3 4 6	5	2 3 4 6	4 6 7 8	9	4 6 7 8	2 3 4 6	1	2 3 6
1 2 4 6 7	1 4 6	1 2 4 5 6 7	1 2 4 5 7 8 9	5 3 7 8	1 2 3 4 7 8 9	3 5 6 8 9	3 6 9	1 3 3 5 6 9
9	1	1 2 5 7	1 2 5 7 8	6	1 2 3 7 8	5 8	3 3	4
1 4 6	3	8	1 4 5 9	5	1 4 9	7	2	1 5 6 9

単一候補法 単一マス法 双子法 共有候補法 三子法 対角線法

図5 ヒント表示の例

ヒント

4.4 実現手法

本システムの機能を実現するために、推論規則を利用して問題を解くプログラム（以下、Solver）を開発した。図7にSolverの解答手順を示す。最初に、盤面が変化するまで表1で示したレベルの順に推論規則を適用する。盤面が変化した場合には、変化後の盤面について同様に、推論規則を順に適用する。この操作を盤面の全てのマスに数字が埋まるか、全ての推論規則が適用できなくなるまで繰り返す。表1では単一候補法と単一マス法が同じレベルとなっているがSolverでは単一候補法、単一マス法の順で適用する。Solverでは、解が存在しない問題、対象としている推論規則のみでは解くことができない問題については解答できない。

ヒント

上述した本システムの各機能では、盤面に適用できる推論規則の種類を知る必要がある。これを知ることができれば、解答機能における盤面入力画面で必要となる全てのマスを埋めるために必要な推論規則の種類や、解答画面で必要となるヒントを表示できる。また、振り返り機能における振り返り画面で必要となる、適用できる推論規則による盤面の分類を実現できる。Solverを用いて解答することで、盤面に適用できる推論規則の種類を知ることができる。

練習機能では、ヒントを表示するために盤面に適用できる推論規則の種類を知ることに加えて、提示される特定の推論規則が有効な盤面を用意する必要がある。選択した推論規則が適用可能な盤面になるまでSolverを用いて問題の解答を進めることで、提示される盤面を作成できる。しかし、この手法で盤面を作成するためには、Solverで解答する元となる問題が必要となる。そのため、練習機能の実現にはSolverに加え、予め特定の推論規則が全てのマスを埋めるために必要となる問題を用意しておく必要がある。

5. おわりに

本研究では、ナンバープレースパズルの問題の解き方がわからないという初心者が多く存在するという状況に対して、推論規則に着目し、その学習を支援するシステムを提案した。また、システムの実現に必要と

なる Solver の作成を行った. 今後の課題はシステムを作成し, 評価実験を行うことである.

単一マス法	双子法	対角線法																																																																																										
盤面1	<table border="1"> <tr><td>1</td><td>2</td><td>9</td><td>7</td><td>8</td><td>3</td><td>5</td><td>1</td><td>5</td><td>6</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>1</td><td>3</td><td>7</td><td>2</td><td>4</td><td>2</td><td>3</td><td>8</td></tr> <tr><td>1</td><td>3</td><td>8</td><td>4</td><td>7</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>4</td><td>7</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td></tr> <tr><td>8</td><td>9</td><td>4</td><td>3</td><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>4</td><td>4</td><td>7</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>9</td><td>4</td><td>5</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>4</td><td>7</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>6</td><td>3</td><td>8</td><td>5</td><td>4</td><td>1</td><td>7</td><td>2</td><td>1</td><td>8</td></tr> </table>		1	2	9	7	8	3	5	1	5	6	5	6	1	3	7	2	4	2	3	8	1	3	8	4	7	2	3	2	3	4	4	7	4	5	6	2	4	4	5	8	8	9	4	3	1	5	2	4	4	7	4	5	4	3	4	9	4	5	1	2	2	4	7	1	2	3	1	2	3	1	9	1	2	2	2	2	2	2	3	4	6	3	8	5	4	1	7	2	1	8
1			2	9	7	8	3	5	1	5	6																																																																																	
5			6	1	3	7	2	4	2	3	8																																																																																	
1	3	8	4	7	2	3	2	3	4																																																																																			
4	7	4	5	6	2	4	4	5	8																																																																																			
8	9	4	3	1	5	2	4	4	7																																																																																			
4	5	4	3	4	9	4	5	1	2																																																																																			
2	4	7	1	2	3	1	2	3	1																																																																																			
9	1	2	2	2	2	2	2	3	4																																																																																			
6	3	8	5	4	1	7	2	1	8																																																																																			
盤面2																																																																																												
盤面3																																																																																												

解答する

図 6 振り返り画面の例

- (3) 松原康夫: “数独の推論規則と難易度に関する考察”, 情報処理学会研究報告エンタテインメントコンピューティング(EC), Vol.2006, No.134, pp.1-6, (2006)
- (4) 土出智也, 真貝寿明: “数独パズルの難易度判定: 解法ロジックを用いた数値化の提案”, 大阪工業大学紀要.理工篇, Vol.56, No.1, pp.1-18, (2011)

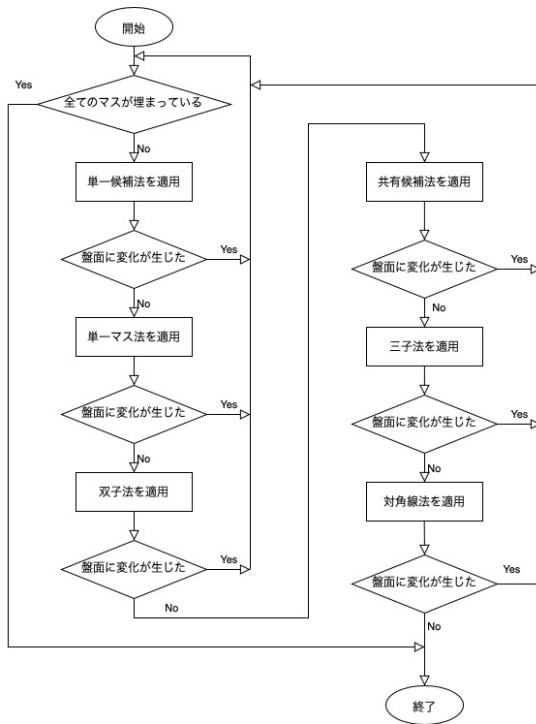


図 7 Solver の解答手順

謝辞

本研究の一部は, JSPS 科研費 19K21782 の助成を受けたものです.

参考文献

- (1) ナンプレ 7, <https://numpre7.com> (2022 年 6 月 1 日確認)
- (2) たかせあきひこ: “最高段位認定難問ナンプレ 252 題 7 月号”, 白夜書房, (2021)