

# 線形代数における形成的評価を目的とする オンライン演習問題について

吉富 賢太郎

大阪公立大学 国際基幹教育機構

## Usage of online question materials for linear algebra course

Kentaro Yoshitomi

Faculty of Liberal Arts, Sciences, and Global Education, Osaka Metropolitan University

筆者は、これまで線形代数の反転授業のための教材として解説動画の開発に取り組んできた。所属する大阪公立大学の理系線形代数の授業の内容に沿った内容を YouTube で全公開済みである。一方、動画教材は、学生にとって一方向的な教材になりがちであり、予習等の自習用教材としては、必ずしも効果的とは言えない側面がある。このような点を解消するためには、動画の中で、常に例題のような問い掛けをもうけ、学生に考えさせる時間をとらせることが有意義であると考えている。さらに、これを補足し、また定着させる目的で問題演習が有効であると考えている。自ら考えて解答する必要があるが、入力や計算の労力を最低限にして進められる演習問題を潤沢に用意することが反転学習やオンライン授業において重要な自習教材の要素と考える。このような視点に立ち、学習管理システムの1つである Moodle 上で動作する STACK<sup>(1)</sup>や多肢選択問題の開発と活用を行っている。本稿では、これら問題教材に焦点をあて、どのような教材をどのような視点で開発し、どのように運用しているか、を解説し、学生の実施状況と成績等の比較により、その効果について検証したい。

キーワード： 線形代数, オンライン教材, 反転学習, 数学教育, 自動採点システム

## 1. はじめに

反転授業 (flipped classroom) は、講義で通常解説される内容を、事前に自学自習により予習させ、対面授業では、理解の定着や深化を目的とする演習を行う。

筆者は所属する大阪公立大学 (以下、本学という) における数学・特に線形代数の授業において、2014 年後期より、動画教材の開発に着手し、予習教材として活用を試みてきた。2017 年には、一通り通年分の講義内容の開発を完了し、学習管理システム (本学では Moodle) 上に設置、利用している。また、YouTube 上で一般公開しているので、学生は、チャンネル登録により視聴することも可能である。

一方では、問題教材としては、本学においては、webMathematica<sup>1</sup> 利用の MATH ON WEB が 2020 年度まで運用されてきた。ただし、諸事情により、2021 年度からは運用を停止している。

このような状況で、筆者は、Moodle 上で動作する STACK<sup>(2)</sup> を利用した問題教材を 2015 年後期から開発を進めてきた。STACK は C. Sangwin 氏により開発された maxima 利用のオンライン自動採点システムであり、現在 Moodle のプラグインとして動作する。<sup>2(3)</sup>

## 2. オンライン問題について

### 2.1 問題構成要素とフィードバック

オンライン自動採点をそなえるシステムは数多くあるが、自習用教材としての視点からは、問題開発において最も重要な点はフィードバックである。誤答に対し、何を間違えたかを推測し、適切なアドバイスを即時的に返すことにより学生の自学自習の効率をあげ、適切に気付きを誘発する学習環境の構築が可能ならばだからである。

筆者はこのような視点のもと、オンライン自動採点

<sup>1</sup>Wolfram は webMathematica のサポート終了を予告している。  
<https://support.wolfram.com/ja/22167>

<sup>2</sup>Moodle が動作するサーバーで、maxima も動作すれば容易にインストール可能である<sup>(3)</sup>。また、maxima-pool という別サーバー上で maxima を動作させる機構も用意される。

システムの問題教材の仕様を提唱し、MeLQS<sup>(4)</sup>と呼んでいる。この仕様は、問題の構成要素をいくつかに分け、問題のパラメータを生成する問題変数、問題文、解答を判定し適切なメッセージを返すフィードバックが主な構成要素だ。その中でも、最も重要な要素がフィードバックである。オンライン問題教材の心臓部と言える。単なる計算問題も必要に応じて用意すればよいが、学生が計算過程でつまづく可能性を経験知として把握している場合には、そのような過程を検証し、フィードバックを返すような問題が自習教材として肝要である。

## 2.2 問題バンク

Moodle では、問題バンクに問題をプールすることができ、階層構造を持ったカテゴリ機能により、章毎や単元毎の編成ができる。問題数が膨大になってくると、カテゴリ機能は必須である。また、後述のランダム出題はカテゴリ内の問題からランダムに出題する機能である。

問題バンクの問題は、個々の問題あるいはカテゴリ単位で XML 形式のファイルでエクスポート・インポートが可能である。学習管理システム (以下、LMS) には、Moodle を含め多様なものがあるが、汎用的なエクスポート・インポート機能は教材共有の観点からも当然必要な機能であろう。図 1 に今年度の授業で用いている問題バンクのカテゴリを示す。各カテゴリの末尾の () 内は問題数である。また、図 2 のカテゴリにおける問題のリストの例を示した。

また、図 2 にカテゴリにある問題例を示す。Moodle では小テストと言われる活動があり、「小テストの編集」機能で問題バンクから問題を選択したり、カテゴリからのランダム出題による自動出題をすることができる。それらは組み合わせることが可能である。図 2 の問題では、連立 1 次方程式の求解問題が複数のパターン用意されており、解の有無や、変数の数、行列の型の組み合わせがある。ここから、1 つまたは複数選択して、出題する。ある程度、同様の問題は 1 つの小テストにまとめるのがよいが、多過ぎると、1 つ間違えたために完了できなかったという苦情が出るので、注意が必要である。

- L1-2.空間図形 (0) 目
- 1.空間の直線 (12) 目
- 2.平面のパラメータ表示と方程式 (31) 目
- 3.総合問題 (3) 目
- L2-1.ベクトルと行列 (31) 目
- L2-2.行列の積 (4) 目
- 1.積の定義 (33) 目
- 2.行列の積の性質 (22) 目
- L2-3.正方行列 (16) 目
- 1.行列のべき乗 (19) 目
- 2T.逆行列の性質 (5) 目
- L2-4.1次写像と行列 (41) 目
- 空間の平面の像ランダム用 (3) 目
- L2-5.1次変換と行列の積 (31) 目
- L3-1.係数行列と基本変形 (16) 目
- 基本変形と基本行列 (61) 目
- L3-2.階段行列と階数 (39) 目
- L3-3.被約階段行列 (34) 目
- L3-4.連立1次方程式の解法 (7) 目
- 工事中(使用不可) (2) 目
- 0.パラメータ表示基礎 (15) 目
- 1\_old.被約からバ表示(変数解答) (38) 目
- 1.被約からバ表示(非斉次/変数解答) v016 (40) 目
- 1.被約からバ表示(非斉次) v018 (1) 目
- 2.被約からバ表示(斉次/変数解答) v016 (15) 目
- 2.被約からバ表示(斉次) v018 (1) 目
- 3\_old.非斉次(一般/変数解答) (32) 目
- 3.非被約からバ表示(非斉次/変数解答) v016 (47) 目
- 3.非被約からバ表示(非斉次) v018 (2) 目
- 4.斉次一般(変数解答) (9) 目
- 4.非被約からバ表示(斉次) v018 (1) 目
- 5.ベクトル表記によるパラメータ表示 (9) 目
- 5.非斉次(2019ST/変数/PV別/解なし0入力) (48) 目
- 6.方程式から解の有無判別・バ表示まで (50) 目
- zoe (10) 目
- 6.方程式から判定とバ表示 v018 (13) 目
- 7.検算と解の性質 (7) 目
- L3-5.逆行列 (43) 目
- 0.単純計算問題(非推奨) (8) 目
- L4-1.2次行列式 (5) 目
- 1.2次行列式の計算 (8) 目
- 2.2次行列式の性質 (9) 目
- L4-2.3次行列式と行列式の定義 (19) 目
- L4-3.行列式の形 (1) 目
- 1.定性的定義による展開 (12) 目
- 2.置換行列の行列式 (13) 目
- 3.簡単な行列式の計算 (8) 目
- L4-4.行列式の性質と計算 (33) 目
- L4-5.余因子行列と応用 (30) 目

図 1 問題バンクの例 (線形代数 1 2022 前期)

カテゴリを選択してください 6.方程式から判定とバ表示 v018 (13)

問題リスト内に問題テキストを表示する

検索オプション

サブカテゴリの問題も表示する

古い問題も表示する

新しい問題を作成する ...

T	問題	操作	作成者
<input type="checkbox"/>	問題名 / IDナンバー		学籍番号 / 氏名 / 日付
<input type="checkbox"/>	6a-00.方程式から判定とバ表示(非斉次) v018a (SUBM)	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:2
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn4rw3pv12+ v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:5
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn4rw3pv12+X0 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:5
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn4rw3rk2+X1 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:5
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn5rw4rk23 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:4
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn5rw4rk23X0 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:4
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn5rw4rk23X1 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:4
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn5rw5rk2+X0 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月08日 07:5
<input type="checkbox"/>	6a-01.vn5rw5rk234X1 v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月08日 07:5
<input type="checkbox"/>	6b-00.方程式からバ表示(斉次) v018b (SUBM)	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:5
<input type="checkbox"/>	6b-01.vn4rw3pv1+ 018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月08日 07:5
<input type="checkbox"/>	6b-01.vn5rw4rk2+ v018b	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月08日 07:5
<input type="checkbox"/>	6c-00.方程式からバ表示(非斉次/無) v018b (SUBM)	編集	吉富 賢太郎 [教員] 2022年06月06日 16:2

選択したものを:

図 2 カテゴリに配置された問題例 (連立 1 次方程式の解法)

## 3. 問題タイプ

Sangwin 氏の論文<sup>(5)</sup>には、多肢選択問題 (MC) と記述応答 (Constructed Response, CR) の 2 つの解答形式にい

ずれにおいても、評価の有効性に大きな差はないという検証結果が記されている。例えば、多項式の積と分解は互いに逆方向の問題であるが、多肢選択問題であっても、逆方向の計算を用いて、選択肢を選択する学生は少ないということである。ただし、順方向か逆方向かにより、MC と CR の実効性には少し開きが出るという報告もあるが、いずれにしろ、適材適所で用いればよいと考えられる。

Moodle では、問題タイプが標準で 15 程度用意されている。その中には、多肢選択問題や単純な計算問題（正誤判定はパターンマッチングのみ）、ドラッグ and ドロップなどの問題がある。さらに、冒頭に述べた STACK や順序並び換え問題などもプラグインとして広く利用されている。

数学の問題として、筆者らが開発に取り組んでいる問題タイプは次の通りである。

- 多肢選択問題を大量生成してランダム利用する（吉富<sup>(6)</sup>、長坂<sup>(7)</sup>）
- STACK(CR の他、MC を作ることも可能)
- ドラッグ and ドロップ（テキスト・イメージ）
- 順序並び換え問題（長坂<sup>(8)</sup>）

長坂による並び換え問題は概念理解や手続き理解という数学の本質的な問掛けを目的として、開発されており、注目される。

2017 年から取り組んでいる多肢選択問題の大量生成については、通年分で 40 題程度を開発している。ただし、実際に運用してからバグが見つかることがあり、一度利用すると、問題の組み換えや修正が困難なため、学生が実施していた演習問題を削除しなければならないなどの問題が生じることがある。

### 3.1 STACK について

図 3 に STACK の問題のプレビュー画面、図 4 に解答判定に用いられる PRT の例を示した。このように、STACK では、入力された解答式からアルゴリズムにより、フィードバックを返すことが可能である。単に数式を整理して正解と一致しているかどうかだけの判定ではなく、無限に存在する解答を分析し正しいかどうかだけでなく、間違っている場合も含めフィードバックを返すことができる。

ただし、STACK の問題点は、初心者の場合、開発に時間がかかる場合があることや、システムへの負荷が

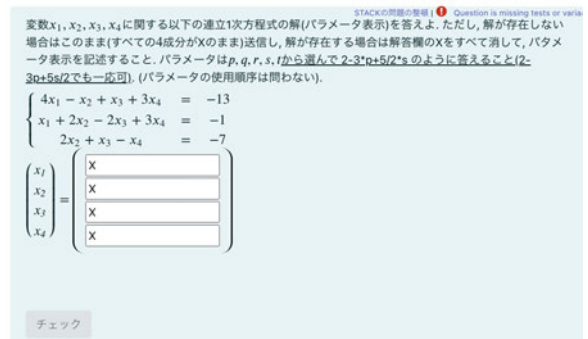


図 3 STACK の問題の例

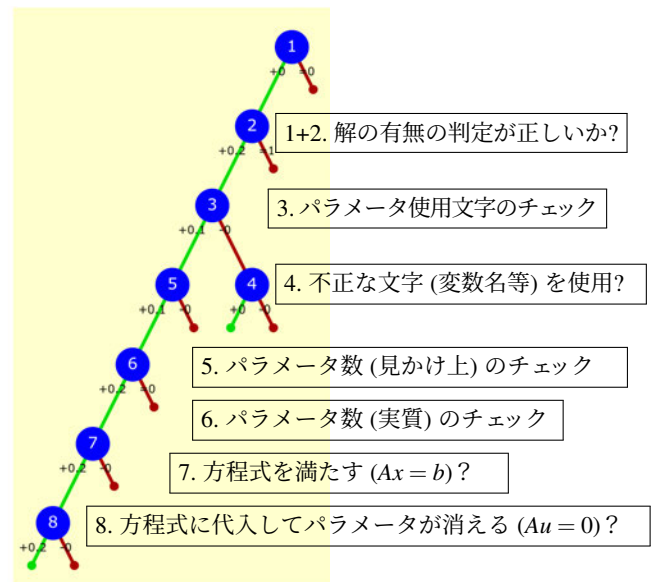


図 4 PRT の例

かなり大きいこと、微積分の問題などにしばしば見られるが、学生の入力負担が問題になる場合があること、などがあげられる。

なお、STACK の行列の入力に関しては、サイズ固定ではないテキストエリア (textarea) による入力(可変行列)が最新版では利用でき、本学でも 2022 年度から可能になったので、例えば、行列のサイズ自体が問題となるケース(行列の積の定義、表現行列の定義など)に、解答欄が学生のヒントにならない形で出題できる。また、基本変形の過程を入力する場合などに入力時にコピーが利用できる、など線形代数における活用の有効性が期待される(図 5)。

### 3.2 多肢選択問題

STACK が非常に強力な問題タイプであるが、システムの負荷や入力負荷がしばしば問題となり、Moodle を利用していても導入されていない事例もある。これを

次の等式が任意の $p, q, r, \dots$ について成り立つとき、行列 $A$ を答えなさい。

$$A \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5p + 4q + r \\ 3p + 5q + 5r \\ 4p + q + r \\ 5p + 2q + 4r \end{pmatrix}$$

解答は以下の入力例にならって入力して下さい。

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$  の場合: 1行目に 1 2 3 (空白で区切る), 改行して, 2行目に  $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$  の場合: 同様に 1行目 1 2, 2行目 3 4, 3行目 5 6 と入力

各行の成分の区切りにカンマ(,)を使うことができますが、入力後カンマは

5 4 1  
3 5 5  
4 1 1  
5 2 4

図5 可変行列型の入力画面

補うものとして、多肢選択問題が重要な役割を果たす。簡単な数式入力ならば問題ないが、複雑になると、PCを持たない学生の場合、入力自体が負担となる場合があり、チェックボックスやラジオボタン、ドロップダウンのような形式はその点有利である。

多肢選択問題は、出題時に問題数値や選択肢にランダム性がないと一般には用をなさない。繰り返しできるまで実施することにより、理解を深める目的で演習問題を課す場合、ランダムな問題が出題されることが必須である。

多肢選択問題のランダム化には、前述のように、大量生成が必要である。一方、STACKによる多肢選択問題も可能だが、標準的な(STACKのヘルプに記述がある)方法では、フィードバックを与える機構が用意されておらず、採点も正解か不正解かの採点となってしまう<sup>3</sup>。これが、Moodle標準で利用できる多肢選択問題を大量生成する動機であった。筆者は、*Mathematica*で、長坂は*Mathematica*およびPythonで開発している。

### 3.3 問題構成

Moodleでは、問題は小テストと呼ばれる活動(Activity)を用いる。この小テストの編集において、1つ以上の問題を追加することで構成する。筆者の授業の場合、STACKおよび多肢選択問題で大半を構成している。(後期には証明問題で、ドラッグ and ドロップを使用)。多肢選択問題は、ランダム出題で50~100題程

<sup>3</sup>現在は、フィードバックや部分点の問題を解決する方法を確立しており(後述)、さらに、このコードを用いて、自動生成への応用も検討している。

#05 係数行列・行列の階数 ← トピックタイトル

連立1次方程式を行列を使って解く方法とその背景にある原理を学びます。行列の階数の概念を理解することが非

- 連立1次方程式の係数行列・拡大係数行列の定義
- (行に関する)基本変形の定義と(拡大)係数行列の基本変形の意味
- 行列の階数の定義とその意味(意味まではなかなか最初は難しいかも)

このあたりの理解がこのセッションでは重要である。

解説05A } ← YouTubeへのリンクとスライド  
解説05B }

E05A-xxの説明

- 01a,01b:係数行列と拡大係数行列の定義,02a,02b:基本変形の定義
- 03:基本変形と基本行列,04:基本行列の逆行列(逆行列の計算原理理解の基礎となります) E05B-xxの説明
- 01:階段行列の定義,02:掃き出し法の定義
- 03a,03b:階段行列への変形,04:階数の計算(途中の行列の入力が必要)
- 05:一意解を持つ連立1次の基本変形による求解(途中の行列が必要・必ず行列で解かないといけない)
- 10:免履問題・指定階数を持つように成分を決定する

E05A-01a } ← YouTubeへのリンクとスライド  
E05A-01b }  
E05A-02a }  
E05A-02b }  
E05A-03 }  
E05A-04 }  
E05B-01 } ← YouTubeへのリンクとスライド  
E05B-02 }  
E05B-03a }  
E05B-03b }  
E05B-04 }  
E05B-05 }  
E05B-10 }

T05 ← 小テスト形式のオンライン小テスト(Txx)

6/3 24:00まで/45分x3回/最高評価点

T05(再) ← 小テスト形式のオンライン小テスト(Txx)

利用制限: 次の条件に合致しない限り利用できません: 活動「T05」が未完了の場合  
期限なし/45分x2回/最高評価点/8点満点

図6 Moodleのトピック構成例

度の問題から1~2題を出題する。ランダム出題問題とSTACK問題の混合による構成も可能だ。ただし、1つの小テストについて1つのテーマにしぼるため、基本的には問題はほとんどが1題構成であり、一部2~5題で構成されるものもある。

2019年度までは、例えば前期においては、約50題の演習問題のうち、8割程度で多肢選択問題を利用していたが、2020年度からは、形成的評価を目的としたより木目の細かい段階の問題が必要となり、演習問題も数の上では、150題以上の構成となった。そのため、STACKの問題が80%以上を占める状況となっている。また、2021年には、STACKによる多肢選択問題でフィードバックや部分点を与える開発方法を考案し、多肢選択問題は、この手法を取り入れた問題に置き換えるようにしているため、実質ほぼすべてがSTACKによるMCやCRの問題となりつつある。図6にMoodle上での構成事例を示す(2021年前期)。解説には、YouTube上の自作動画へのリンクと用いたスライドを掲載している。

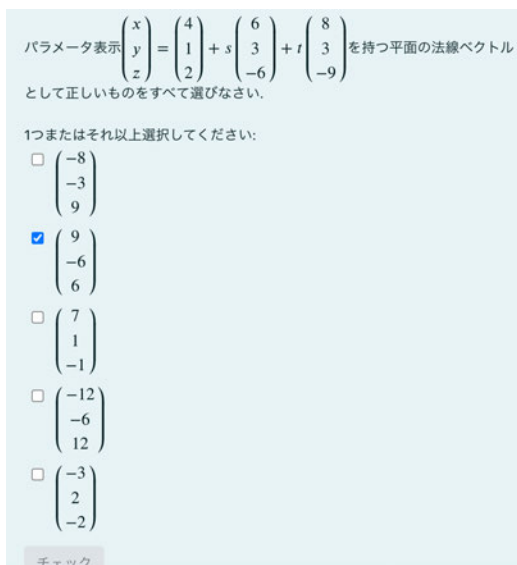


図7 基礎的理解を確認する問題例

## 4. 問題開発方針

問題の開発は、冒頭に述べたように解説動画を補足し、理解を定着させることを主眼としているが、さらに、理解を深めたり、手続き的理解を深めるために、計算過程を確認することも目的となる。主に次の3つに(関連はあるが)大別される。「定義の理解の確認」「検算視点での理解」「計算過程の確認」である。

### 4.1 定義の理解の確認

図7に選択問題の例を示した。この問題では、平面のパラメータ表示から法線ベクトルを選択させる問題となっている。通常、演習書や教科書の問題では、「平面のパラメータ表示から平面の方程式を求める」という1ステップの問題であるが、パラメータ表示のパラメータにかかるベクトルと法線ベクトルとの関係を理解できているかだけがこの問題のポイントとなる。

このように、つまづきのないように木目の細かい設定の問題を開発している。数学の授業は、多くの場合、数学者が担当するが、「数学者の常識、学生の非常識」というポイントは多々ある<sup>4</sup>ため、このように念入りな問題が必要となる。また、できる学生にとっては、解答入力の手間はほとんどないため、負担にはならないと考える。

<sup>4</sup>例えば対角行列同士の積が成分のかけ算になることを知らなかった学生がいたり、基底はあっているのに、次元が違う、というような答案もしばしばである。

### 4.2 検算視点での理解

検算視点は、Sangwin氏の論文<sup>(5)</sup>にあるDirectとInverseの考え方にあたるもので、簡単に言えば、「積分したら何になるか?」の多肢選択問題を「微分で解く」ようなものである。線形代数の場合には、例えば以下のような例がある。

- 基本変形して被約階段行列(行簡約形)を求める問題と被約階段行列から元の行列の情報(例えば、一部の列の情報を他の列から復元するなど)を求める問題
- 連立1次方程式の解のパラメータ表示を求める問題と解のパラメータ表示から方程式を復元する問題
- 逆行列を求める問題と逆行列であることの正当性(積をとるだけであるが)を確認する問題
- 表現行列を求める問題と表現行列を用いて実際に像を計算する問題

数学において、検算することの大切さは言うまでもないが、検算ができるということは、言わば採点者の視点を持つことになり、理論的な理解とも深く関連すると考えられる。図8に示した多肢選択問題では、連立1次方程式の解を検算させる問題となっている。

このような問題は、一見、多肢選択問題でやさしそうであるが、どのように考えてよいかわからない場合もあり、少し誘導も必要な場合もある1比較的难度の高い問題である。実際、過去に質問の多かった問題の1つである。

### 4.3 計算過程入力による採点

学生が計算過程のどこで間違えたか、わからずに自習の時間がかかってしまうことはしばしば起こりうる。このような問題に対応するためには、

- 基礎的なことが理解できたことが確認できた学生には、計算手段を提供する。
- 計算過程を入力させ、どの過程で間違えたかをフィードバックで示す。

などの方法が考えられる。

図9で示した問題では、逆行列の計算過程を入力させ、間違えた過程を示す。また、この問題は、何らかの手段で答だけを求めて解答する、というようなチーティングを防止する効果も持つ。演習問題の達成度を成績に関連付ける場合、このような「チーティング耐性」は重

STACKの問題の整頓 | Question is missing tests or

4個の変数に関する非斉次連立1次方程式の拡大係数行列が

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 8 \\ -2 & -6 & 1 & 1 & -4 \\ -1 & -3 & -2 & -2 & -12 \end{pmatrix}$$

であるとき、この方程式の解のパラメータ表

示として正しいものをすべて選べ。ただし、パラメータの数は必要最小数になるものとする。

$\begin{pmatrix} 4-3s-3t \\ s+t \\ 7+3s-3t \\ -3-3s+3t \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 7-3q-3s \\ -1+q+s \\ 7-3q-6s \\ -3+3q+6s \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4-3q \\ q \\ 4+3r \\ -3r \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 4-3p \\ p \\ 4+3p \\ -3p \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1-3r+4t \\ 1+r \\ 4+7t \\ -3t \end{pmatrix}$

図8 検算(採点者)視点での問題

STACKの問題の整頓 | Question is missing tests or

行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$  は正則である。逆行列を求めよ。分数は  $-3/4$ ,  $7/12$  のように半角数字記号で答えよ。

変形の過程を入力すること(逆にこの解答欄を使って計算するとよい)。

$$(A|E) = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -3 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow$$

→

→

→

したがって、逆行列は  である。

図9 過程を入力させる問題

要な問題である<sup>5</sup>。

<sup>5</sup>チーティング耐性は筆者独自の用語であるが、昨今の高度なクラウド計算システム(Wolfram alpha等)は、通常の計算問題などは計算過程も含めて示してしまう場合があり、注意が必要である。ただし、入力の手間を考えて「自分で考えた方が早い問題」を多く出題することも耐性の要件になると考えている。

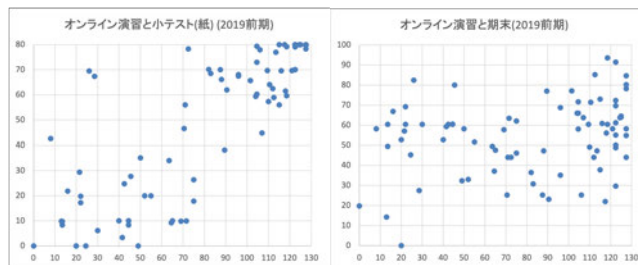


図10 オンライン演習・小テストと期末(2019年度前期)

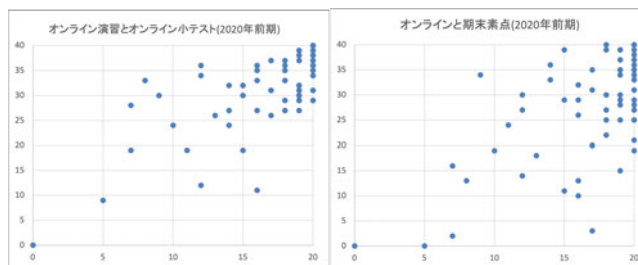


図11 オンライン演習・小テストと期末(2020年度前期)

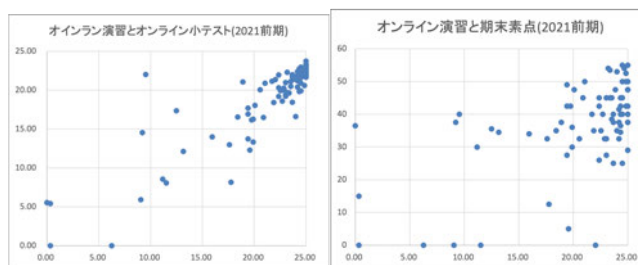


図12 オンライン演習・小テストと期末(2021年度前期)

## 5. 効果検証

図10,11,12に2019,2020,2021年度におけるオンライン演習問題の達成率(合格点に達するまで実施した問題の割合), オンライン小テスト(2019年度は紙の小テスト), 期末の成績の関係を示した。

2021年度後期の線形数学IIにおけるオンライン演習(150問中の達成度), オンライン小テスト, 少し大規模なオンライン中テスト, 期末の素点, および成績<sup>6</sup>の関係を図13に示す。2021年度の後期は, 各図の左上に相関係数を記載した。

<sup>6</sup>成績はEやT, 中Tの他, 出席による演習, 追加課題の評価が含まれるもので, グラフ上では最大120となっているが, 実際にはこれを100点満点に換算している。

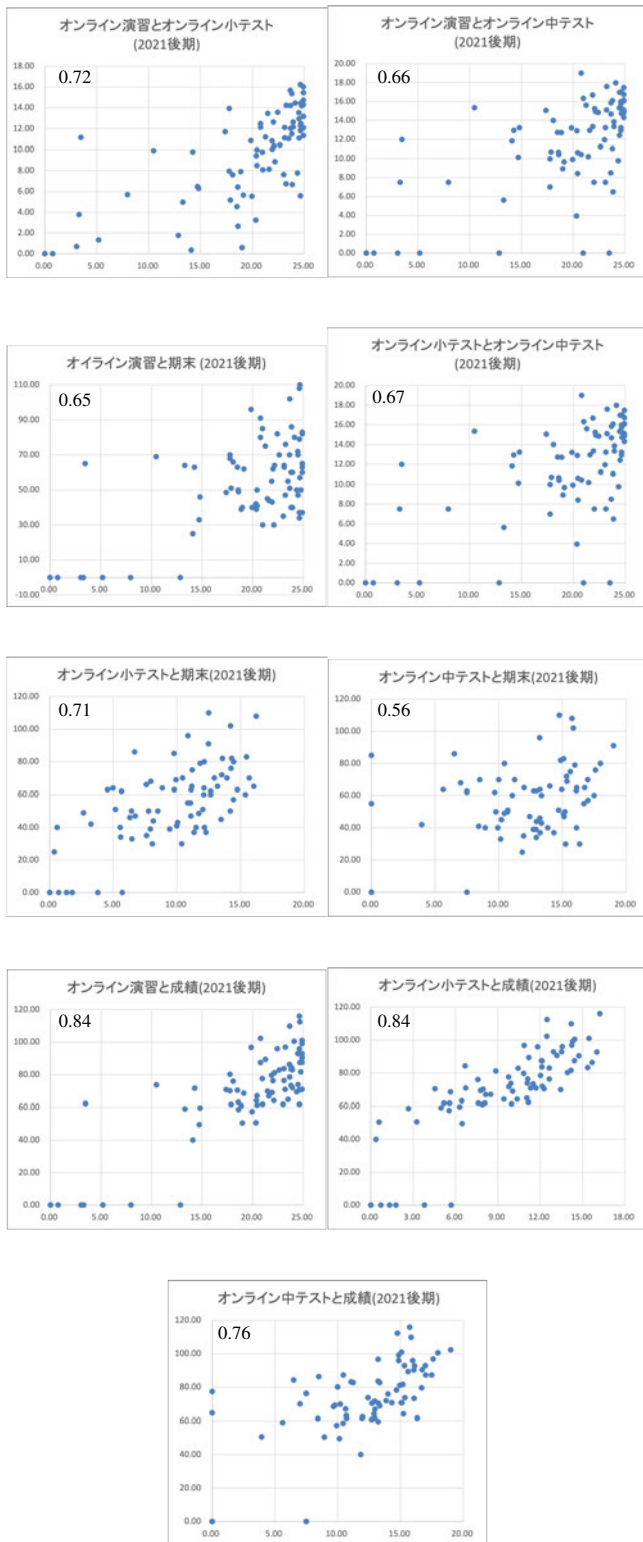


図 13 オンライン演習・テストと期末・成績 (2021 年度後期) ※ 左上数値は相関係数

いずれの場合も、オンラインと紙の期末試験の間に一定の相関関係が得られた。2019 年度の演習問題の大半が多肢選択問題で構成されているときのオンライン演習達成率と期末の素点との相関係数は 0.2～0.3 と低かったが、2020 年度、2021 年度は 0.55～0.65 であった。また、2021 年度後期においては、オンライン演習と期末

の相関係数は 0.65、オンラインテストと期末の相関係数は 0.71 であった (図 13)。

年度を重ねる毎にオンライン演習の効果の上昇が一定程度見られると考えるが、さらなる改良が必要である。

## 6. まとめと今後の課題

線形代数授業において、解説動画を補完し、さらに定着させる目的で 2019 年度は半期 50 題程度の多肢選択問題中心の問題、2020 年度からは 150 題程度の STACK 中心の問題により、演習問題をオンライン学習の学習教材として提供した。

これら演習問題を実施・完了することにより、ある程度の理解が得られたと推定される。ただし、演習問題を、学期末になっても (ほぼ全く) やらない学生が毎年一定数おり、演習問題をよりやりやすいものにし、また、何らかのモチベーションをあげるための工夫も必要ではないかと考えており、今後の課題である。

現在、2022 年度前期において、モチベーションの工夫として、Moodle のバッジ機能を用いて試行中である。

## 謝辞

本研究は JSPS 科研費 21H00921 の助成を受けたものです。

## 参考文献

- (1) STACK ホームページ <http://stack.bham.ac.uk/>
- (2) 谷口哲也, 中村泰之, 中原敬広, “STACK を用いた数学 e ラーニングの実践例と STACK 用の問題バンクの構築”, 数理解析研究所講究録「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」1909,165-175,(2014)
- (3) [https://github.com/mathsmoodle-qttype\\_stack](https://github.com/mathsmoodle-qttype_stack) (2022 年 6 月 13 日確認)
- (4) K.Yoshitomi, M.Kawaoze, et.al, “Developing a math e-learning question specification to facilitate sharing questions between different systems”, MSOR Connections 17(3), pp.49-56 (2019)
- (5) Sangwin, C. J. , and Jones, I. : “Asymmetry in student achievement on multiple-choice and constructed-response items in reversible mathematics processes”, Educ Stud Math, Vol 94, pp.205–222, (2017)
- (6) K.Yoshitomi, “Generation of Abundant Multi-choice or STACK Type Questions Using CAS for Random Assign-

ments”, 6th International Conference, South Bend, IN, USA,  
July 24-27, 2018, Proceedings

- (7) 長坂 耕作, “多肢選択問題の自動生成 - 数学 III の微分積分から偏微分まで -”, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.2178, pp.31-38 (2021).
- (8) 長坂耕作, “数学教育における順序並び替え問題”, 京都大学数理解析研究所講究録, Vol.2208, pp.68-76 (2021).