JSiSE Research Report
vol.36,no.1(2021-5)

確率分野の文章題を対象とする作問学習手法

渋間 澄子[*1]，仲林 清[*2]
*1 千葉工業大学大学院，*2 千葉工業大学

Learning Method by Problem Posing for Probability Word Problems

Sumiko SHIBUMA[*1], Kiyoshi NAKABAYASI[*2]
*1 Graduate School of Chiba Institute of Technology, *2 Chiba Institute of Technology

学習者自身が問題を作成する作問学習に着目し，高校数学 A 確率分野に関する理解を深めるための学習支援を考え実験をおこなった．作問学習では，学習者が統合過程を意識するよう，予め作問条件を指定した．学習前後で内容を対応させたテストをおこない，正答率の変化および作問の質から，今回の学習手法が学習分野の理解度向上に有効だったか検証した．

キーワード: 作問学習，確率，統合過程

1. はじめに

一般的な講義や与えられた問題に解答する演習などの学習では，学習者は受け身になりがちである．受け身の学習姿勢では学習内容を深く理解せずに，解法や答えを形式的に覚えてしまう可能性がある．これに対する有効な方法として，学習者が問題を作成する「作問学習」がある．本研究では，この方法に目し，問題の本質や構造を理解できる作問を促す学習支援を考え，最終的に学習分野の理解度向上を図る．

作問学習の先行研究として以下が挙げられる．1 つは，小学生を対象とした算数の文章題に関する作問学習(1)である．この研究では，予め問題文として使えるようなキーワードや単文を用意しておき，それらを選んだり，並べ替えたりすることで問題を作る手法をとっている 2 つ目は，大学生を対象とした情報メディアの問題作成および相互評価(2)である．この研究では，学生同士で作成した問題を評価し合う手法である．3 つ目は，プログラミング基礎に関する問題作成(3)である．この研究では，学生が作成した問題を全員が実際に解いて利用することで学習分野の理解を深める手法である．

本研究では, 学習分野は高校数学 A 確率分野とする．確率分野は四則演算のような基礎的計算能力の他，順列や組み合わせといった場合の数の知識や，和・積の法則をはじめとする確率の法則・定義などを用いた様々な数的処理が求められる．そのため，確率分野の問題は問題文の情報を整理し，これらの必要な知識を判断しながら立式するため，解法や途中式から学習者の理解度や思考過程が見えやすい．また，文部科学省の学習指導要領(4)から，確率分野を(a)事象の確率，(b)余事象の確率，(c)独立な試行の確率，(d)反復試行の確率，(e)条件付き確率の 5 分野にわけた．

2. 文章問題解決過程

文章問題解決の思考過程は，個々の文の記述内容から数的概念を理解する「変換過程」，文章題全体の内容から何が求められているのかを把握する「統合過程」，統合過程の結果を受けて目的に到達するための方略を考える「プラン化過程」，解答へ導く「実行過程」から構成されると考えられる(5)．文章問題が苦手な学習者は統合過程を飛ばす傾向がある．

確率の文章問題においては，問題文から，解答に必要な確率の概念が先述した(a)~(e)の 5 つのどの学習分野のものであるかを判断することが統合過程における重要な思考要素になる．しかし，この判断をせずに立式に進む学習者が多い．そこで，本研究では，学習者

が統合過程を意識するような作問学習手法を考え実験をおこなった.

3. 予備調査

作問学習を確率 5 分野のうちどの分野で行うか決定するために予備調査を行った.調査は,5 つの分野の中から無作為に問題を選び大学生 7 人にテストを実施した.分野ごとの平均正答率は表 1 の通りである.

表 1 予備実験結果

確率分野	平均正答率(%)
事象の確率	80.0
余事象の確率	40.0
独立な試行の確率	55.0
反復試行の確率	33.4
条件付き確率	17.1

反復試行の確率および条件付き確率は,内容や公式を忘れている人が多く正答率が低くなっている.一方で,余事象の確率や独立な試行の確率は,全員考え方を何となく覚えており,解けた人解けなかった人が半々くらいであったため,今回この 2 分野を作問学習の対象とした.

また予備実験の記述解答から見られた,点数による思考の違いについて説明する.点数が高い人は,変換過程を十分に行い,立式前に問題文を整理し目標を決めていた.しかし,点数の低い人は,変換過程が不十分であり,覚えている公式や問題文中の数字を無意味に使っていた.

4. 実験概要

実験の流れを説明する.学習者は,まず初めに講義動画を視聴しその後、事前テスト,作問学習,事後テストの順に実施する.事後テスト終了後,実験を通して確率の文章題に関する理解の変化につて,アンケートで自己評価してもらった.

4.1 講義動画

学習者は最初に講義動画を視聴する.講義動画は確率問題の解法過程ではなく,プラン化過程や実行過程で必要な最低限の知識および公式のみを説明している.

4.2 事前・事後テスト

作問学習をおこなった確率分野と,おこなわなかった確率分野で,学習者の点数を比較するために,作問学習の前後でテストをおこなう.問題は前述した確率分野(a)~(e)の 5 つの分野それぞれから出題している.ただし,学習者には(a)~(e)の 5 つの確率分野について説明せず,問題文にもどの分野の問題であるかは記述していない.

4.2.1 事前・事後テスト採点基準

テストの採点は以下(ア)~(オ)の 5 項目の採点基準のもと,1 問 5 点満点でおこなった.

(ア)問題の試行および事象を正確に捉えている
(イ)正しい定義・法則を用いている
(ウ)1 番簡潔な解法を選択している
(エ)立式が合っている
(オ)計算が合っている

4.3 作問学習

事前テスト後,学習者には作問学習をおこなう教材として,例題とその模範解答を配布する.ただし,学習者には例題が「余事象の確率」と「独立な試行の確率」であることは明示していない.また,学習者が学習として使用できる教材は,事前テスト前に視聴した講義動画と,この例題および模範解答のみである.事前テストの採点結果は学習者に公開していない.模範解答は,学習者が学習分野の「統合過程」から「プラン化過程」までの流れがわかるよう,計算式だけではなく,立式までの思考過程の説明を含む解答になっている.

次に,その例題と同じような解き方が出来る問題とその解答を 3 題作成する.しかし,ただ例題を与え,学習者が自由に作問すると,例題の数値を変えただけの無意味な学習になる可能性がある.そこで,本研究では,学習者が確率の学習分野ごとの基本的な概念を,文脈の異なる問題に適用させるために,作問する問題に条件をつけた.条件は表 2 の通りである.

4.3.1 作問評価基準

作問の質は以下(カ)~(ケ)の 4 項目の評価基準のもと,1 題 4 点満点で採点している.

(カ)例題と同じ分野の考えを用いている
(キ)例題と同じ分野を用いることが最も望ましい試行および事象になっている
(ク)作問した問題に対し，立式が合っている
(ケ)計算が合っている

表2 作問条件

	余事象の確率	独立な試行の確率
例題	大小2個のさいころを使う	2つの袋から玉を取り出す
条件1	大小2個のさいころを使う	くじを引く
条件2	トランプを使う	1個のさいころを使う
条件3	袋から玉を取り出す	袋 A,B から玉を取り出す

5. 実験結果

高校数学Aを学習した，同一大学の大学生8人を対象とした．

5.1 事前・事後テスト

分野ごとの，事前・事後テストの平均正答率とその差を表3に示す．事象の確率分野だけが正答率が下がり，その他の分野は正答率が上がった．特に，作問学習を行った「余事象の確率」,「独立な試行の確率」分野の問題は，学習後の正答率が大幅に上がり，完答できた学習者が増えた．また,「反復試行の確率」は，今回作問学習を行なわなかったが，反復試行の確率の考えや公式を知らなくとも，独立な試行を繰り返すと考えることも出来るため，独立な試行の確率とともに正答率が上がったと考えられる.「条件付き確率」もやや正答率は上がっているが，事前テスト，事後テスト共に解答したのは1人だけのため，今回の学習によって理解度が上がったとはいえない．唯一正答率が下がってしまった「事象の確率」は，余事象の確率および独立な試行の確率を学習した結果，無為やり余事象で考えたり，独立な試行で考えなくても良い問題で使用したりした間違いが目立った．実際に間違えている例を下記に示す.

Fさん(事後テスト)：事象の確率
1から25までの整数を1ずつ書いた25枚のカードがある．この中から 2 枚のカードを同時に引くとき，2枚のカードに書いてある数の和が奇数である確率を求めよ.
【解答】少なくとも1枚奇数を引けばよいので，全部偶数の余事象を考える
偶数は12枚，よって，　$1-\frac{12C2}{25C2}=\frac{11}{50}$

この問題の模範解答は，事象の確率として，25枚のカードの2枚の組合せのうち，1枚を奇数，もう1枚が偶数を考える．しかし，F さんは余事象を使用したため，少なくとも1枚奇数と問題を捉えた結果，2枚とも奇数の場合も含め確率を計算し間違えている.

表3 事前・事後テストの結果

分野	事前テスト 平均正答率	事後テスト 平均正答率	差
事象	80.0	61.5	-18.5
余事象	65.8	82.5	+16.7
独立な試行	77.5	100	+22.5
反復試行	26.7	50.0	+23.3
条件付き	3.33	16.5	+13.1

5.2 作問学習

5.2.1 作問評価

前章で作問の評価基準を(カ)~(ケ)の4項目を設定したが, 項目(キ)：例題と同じ分野を用いることが最も望ましい試行および事象になっているについて，実際に学習者が作成した問題で説明する.

Cさん(作問学習)：余事象の確率問題
1から6と書かれた球を袋から1つ取る時，次の確率を求めよ
(1)1以外を取る確率
【解答】1を取る(1通り)余事象　$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$
【別解】2～6を取る(5通り)事象　$\frac{5}{6}$

この1以外を取る確率は，解答のように『1を取る事象の余事象』として捉え確率を求められる. しかし，設問を別解のように『2から6を取る事象』として捉え確率を求めることも可能である．どちらの解法を選択しても解きやすさにほとんど差はない．この場合,

余事象を使用しているが，余事象を用いることが最も望ましい問題にはなっていない．

A さん(作問学習)：余事象の確率問題
赤色の玉が 3 個，黄色の玉が 4 個 ，青色の玉が 4 個入った袋から玉を 1 つ取り出して色を確認した後，玉戻して混ぜ直しもう一度 1 つ取り出したとき，次の確率を求めよ．
(2)赤色が少なくとも 1 つ出る確率
【解答】赤色が 1 つも出ない余事象　$1-\frac{8\times8}{11\times11}=\frac{64}{121}$
【別解】(ⅰ)赤が 1 つ出る，(ⅱ)赤が 2 つ出る…

一方，この赤色が少なくとも 1 つ出る確率は、解答のように『赤色が 1 つも出ない事象の余事象』として捉えるほうが，別解の『赤が 1 つ出る，赤が 2 つ出る…』と場合分けして考えるよりも，考えるパターン数が少ないため容易に計算できる．このような問題の場合，余事象を使うことが最も望ましい問題として採点している．

5.2.2 作問条件と作問の質

作問条件と作問の質の結果を表 4，表 5 に示す．

余事象の確率では, 例題と似た試行(条件 1)の問題は質が高く，例題とは異なる試行(条件 2，3)では，作問の質が下がっている．それが顕著に現れていた D さんの作問から 1 部抜粋して下記に示す．

【例題】
大小 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ．
(1)同じ目が出ない確率
【解答】同じ目が出ない出方を，(1,2)，(1,3)，(1,4)…と樹形図で考えるよりも，同じ目が出る事象の余事象と考えたほうが安易に計算できる．
同じ目が出る出方は 6 通り，よって，$1-\frac{6}{36}=\frac{5}{6}$

D さん(作問学習)
【条件 1】
大小 2 個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ．
(1)(1,2)，(2,1)，(2,3)のような連続した数が出ない確率
【解答】連続した数が出ない事象を，連続した数が出るという事象の余事象として考えると，連続した数が出る出方は 10 通り，よって，$1-\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$

【条件 2】
ジョーカー除く 52 枚のトランプから, 1 枚カードを引き，戻す試行を 2 回繰り返すとき，次の確率を求めよ．
(1)2 枚とも数字札が出ない確率
【解答】全事象は$52\times52=2704$
2 枚とも数字札が出ない事象を，2 枚とも絵札が出る事象の余事象として考えると，2 枚とも絵札が出る出方は$12\times12=144$通り，よって，$1-\frac{144}{2704}=\frac{160}{169}$

D さんの条件 1 の作問は，作問評価基準(カ)~(ケ)の 4 項目を全て満たしており 4 点であったのに対し，条件 2 の作問は，前節同様，余事象は使われているが，絵札 12 枚から取り出す事象の確率と捉えて考えても良いので，項目(キ)余事象を使うことが最も望ましい試行および事象の項目を満たしていない．また，解答が 2 枚とも数字札が出る確率の問題になっており立式が問題に対し間違えているため，項目(ク)，(ケ)も満たされていない. これらから条件 2 の作問は 1 点とした．

一方で，独立な試行の確率の作問では，例題と似た試行(条件 3)の問題も，例題とは異なる試行(条件 1、2)でも，作問の質はほとんど差がなく，質が高いという結果が出た。これは，事前テストの段階で既に独立な試行の確率問題は正答率が高く，学習者の理解度が高かったためと考えられる．また，余事象の確率とは違い, 独立な試行の確率では試行の条件を付けることで，設定が決めやすくなり，かえって作問することが簡単になってしまった可能性がある．

表 4 余事象の確率の作問条件と作問の質

	余事象の確率	作問の質平均
例題	大小 2 個のさいころを使う	—
条件 1	大小 2 個のさいころを使う	3.50
条件 2	トランプを使う	1.88
条件 3	袋から玉を取り出す	2.75

表 5 独立な試行の確率の作問条件と作問の質

	独立な試行の確率	作問の質平均
例題	2 つの袋から玉を取り出す	—
条件 1	くじを引く	3.63
条件 2	1 個のさいころを使う	3.88
条件 3	袋 A,B から玉を取り出す	3.75

5.3 作問の質と事後テスト

余事象の確率分野における，作問の質と事後テストの関係を図 1 に示す．

図 1 より，作問の質が高い学習者ほど，その分野に対する理解度が高いため，事後テストの正答率も高いと予想していたが，必ずしもそうではないことがわかる．その結果が特に顕著に現れているのが，学習者 H と学習者 F である．学習者 H は，余事象の確率分野における作問の質が 3.33 と高かったが，事後テストの余事象の確率分野の正答率は 40%と低く，事前テストからも点数が下がっている．一方で，学習者 F は，余事象の確率分野における作問の質が 1.33 とかなり低かったが，事後テストの余事象の確率分野の正答率は 100%で，点数では事前テストから 10 点も上がっている．

5.4 事前テストと正答率の変化

事前テストの正答率と学習前後での正答率の変化の関係を図 2 に示す．

図 2 より，事前テストで既に正答率の高い学習者は，学習後の正答率の変化が小さいことがわかる．これから，本実験での作問学習手法は，学習者 F のように確率分野の習熟度が低い学習者には，今回の作問学習は有効だったことがわかる．一方で，学習者 A や B のように，もともと確率分野の理解度が高い学習者は，学習前後で同じように問題を解いているため，理解度や考え方に変化はない．そのため，習熟度がある程度高い学習者には，今回の作問学習が不十分だった可能性がある．

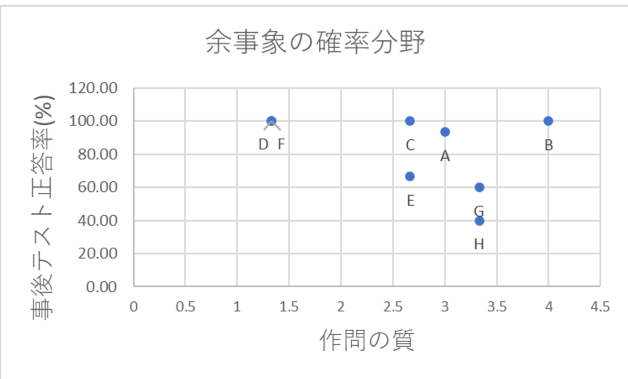

図 1 作問の質と事後テストの関係

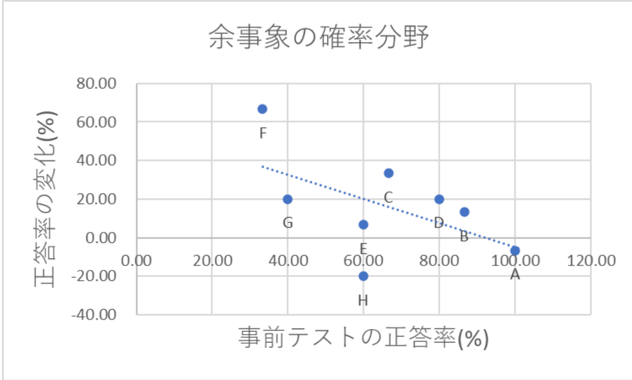

図 2 事前テストと学習前後の正答率の関係

6. 今後の課題

1 つは作問の質の評価基準の見直しである．今回の実験では，(カ)~(ケ)の 4 項目で評価したが，これでは質や学習者の理解度を計るのに不十分だった．この具体例を，実際に学習者 G と E が作成した問題で説明する．

G さん：独立な試行の確率問題

袋 A に赤玉 3 個白玉 2 個，袋 B に赤玉 2 個白玉 4 個入っている．A から B の順番で袋から玉を 1 つ取り出した時，白玉が 2 つ出る確率を求めよ．

【解答】袋 A，袋 B で白玉が取り出される確率は，それぞれ．$\frac{2}{5}$，$\frac{2}{3}$

よって白玉 2 つが取り出される確率は

$\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$

E さん：独立な試行の確率問題

袋 A には白玉 3 個，赤玉 2 個，袋 B には白玉 3 個，赤玉 3 個が入っている．まず，袋 A から 1 個の玉を取り出して袋 B に入れ，よくかき混ぜて，袋 B から 1 個の玉を取り出すとき、袋 B から取り出した玉が白玉である確率を求めよ．

【解答】

(ⅰ)袋 A から白玉を取り出し，袋 B から白玉を取り出す確率

袋 A の 5 個の玉の中から， 3 個ある白玉を取り出す確率は， $\frac{3}{5}$

袋 A の 7 個(6 個+1 個)の玉の中から，4 個(3 個+1 個)ある白玉を取り出す確率は，$\frac{4}{7}$

よってその確率は$\frac{3}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{35}$

(ⅱ)袋Aから赤玉を取り出し，袋Bから白玉を取り出す確率
袋Aの5個の玉の中から，2個ある赤玉を取り出す確率は，$\frac{2}{5}$
袋Aの7個(6個+1個)の玉の中から，3個ある白玉を取り出す確率は、$\frac{3}{7}$
よってその確率は $\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{6}{35}$
(ⅰ)，(ⅱ)より求める確率は $\frac{12}{35}+\frac{6}{35}=\frac{18}{35}$

これらの問題を(カ)~(ケ)の作問評価基準で採点すると，Gさん，Eさんともに4点満点となる。しかし，明らかにEさんの問題の方が難易度も高く，場合分けや排反事象なども考えられているが，評価に反映できていない．他にも，例題と全く同じ構成で似た問題を作成した学習者と，例題とは全く異なる問題を作成した学習者も差別化できていない．そのため，より詳しく学習者の理解度を計るためには，作問評価基準を見直す必要がある．

今回の実験で，質の高い作問ができる学習者は，その分野に対し必ずしも理解度が高くなっているわけではないことがわかった．なぜそのような結果になったのか，作問評価基準の見直しも踏まえ，様々な視点から検討し調査する必要がある．

また，今回統合過程を意識させるため，作問に条件を付けたが，表5のように独立な試行の確率では条件ごとにほとんど差はなく，条件を付けることで反って簡単になった可能性がある．条件ありとなしでの比較実験や，その条件の違いによる作問の質の変化で，学習の理解度および統合過程のレベルに差があるのか検証し，より有効な作問学習手法を考える．

参考文献

(1) 横山琢郎，平嶋宋、岡本真彦，竹内章:単文統合による作問を対象とした学習支援システムの長期利用とその効果，日本教育工学会論文誌，30(④)，pp.333-341(2007)

(2) 高木正則，田中充，勅使河原可海，学生による問題作成およびその相互評価を可能とする協調学習型WBTシステム，情報処理学会論文誌，Vol.48，No.3(2007)

(3) 山岸芳夫，「プログラミング基礎」における作問学習の実践，KIT Progress No.26(2017)

(4) 石田 淳一，多鹿 秀継，算数文章解決における下位過程の分析，科学教育研究，Vol.17，No.1，P18-25(1993)

(5) 高等学校指導要領解説数学編，文部科学省，https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2012/06/06/1282000_5.pdf