

数学問題における論理構造の可視化機能を用いた

学習支援システムの開発

柴田 大輔^{*1}, 東本 崇仁^{*1}

^{*1} 東京工芸大学工学部

Development of Learning Support System Using Visualization Function of Logical Structure in Mathematical Problems

Daisuke SHIBATA^{*1}, Takahito TOMOTO^{*1}

^{*1} Faculty of Engineering, Tokyo Polytechnic University

In mathematics, it is important to understand the process of deriving an answer from a prerequisite. A process can be explained using logic. A diagram that represents the process of obtaining a conclusion from a prerequisite is called a logical structure. The understanding of process of deriving the answer can be facilitated by understanding the logical structure. We developed a system that visualizes the logical structure and gives feedback message to learners' logical errors. As a result of the evaluation experiment, it was suggested that this system is effective for understanding the logical structure.

キーワード: 適応的支援, 数学教育, 論理構造, 可視化機能, 診断機能

1. はじめに

学びの場においては, 自身の理解を確認しながら学べる試行錯誤が可能な環境が重要となる. しかし, 現在の学校教育の現場では, 多数の学生に対して教師が1人のみで対応する環境や, Moodleなどのe-Learning環境といった学生の学習環境があるが, これらに共通する問題として, 現在の学習環境による学生へのフィードバックでは, 学習者はどうすれば答えに近づけるのか, なぜ誤っているのか等がわからず, 正解になるための試行錯誤が行えないことが考えられる.

黒川ら⁽¹⁾⁽²⁾は, 数学において学習者に自身の記述文が図的にどのような意味をもつのか, 自身の作図した図形が記号的にどのような意味をもつのかを考えさせ, 試行錯誤できる学習環境を開発し, 有効性を確認した. しかしながら, 学習者の解答に論理的な間違いがあり, 学習者の記述文を図的表現に変換できないケースが見られた. 黒川らのシステムでは学習者の記述文を図的表現に変換できない論理的な誤りに対するフィードバ

ックが不十分である. そこで本研究では論理的な誤りに着目して, 学習者の論理的な誤りを修正して正しい論理構造を理解させるシステムの開発を目的として, 学習者の解答の論理構造を可視化させ, また, 学習者の誤りに対してフィードバックを与えるシステムを開発した. 評価実験の結果, 本システムが論理構造の理解に有効であることが示唆された.

2. 論理構造の可視化

本章では提案手法である論理構造の可視化について説明する. 論理構造の可視化とは, システムが学習者の解答から論理構造を作成することである. 本システムでは学習者の解答の論理構造を可視化するために特別な解答方式をとっている, 通常の記述式の解答では学習者が何から何を求めたかをシステムが判断するのは難しい, そこで「AなのでBである」のように学習者に何から何を求めたのかを答えさせることで論理構造の可視化を可能にしている. 「2点A(1,2),B(3,4)から

等距離にある x 軸上の点 P の座標を求めよ」の論理構造を図 1 に示す。

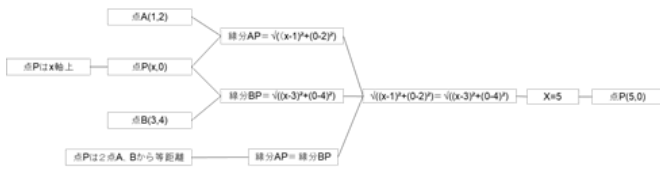


図 1 論理構造

3. 論理構造の診断

図 2 は本システムの解答画面である。本システムは「A なので B である」という様に解答してもらうが具体的には A の部分はキーワードから選択し、B の部分はテンプレートを選択し、数値や記号を入力してもらう。キーワードとは問題文から判明している情報と学習者が導き出した情報のことである。例えば「2 点 A(1,2), B(3,4) から等距離にある x 軸上の点 P の座標を求めよ」という問題ではキーワードとして「点 A(1,2)」、「点 B(3,4)」、「点 P は 2 点 A, B から等距離」、「点 P は x 軸上」の 4 つが挙げられる、また学習者が「点 P は x 軸上なので点 P(x,0)」と解答した時に「点 P(x,0)」が学習者が導き出した情報としてキーワードに追加さ

れる。テンプレートとは「点 P(x,0)」などの単文を一部空欄にしたもので「点 P(x,0)」ならば「点 a(b,c)」となる。学習者は結論に使うテンプレートを選択して a, b, c などに該当する数値や記号をあらかじめ用意したボタンを用いて入力してもらう。本システムではキーワードとテンプレートを用いて解答してもらうが解答した時に以下の 3 つについて順番に診断する。

1. 学習者が解答した結論単体での診断
2. 理由と結論のテンプレートの関係の診断
3. 理由と結論の数値関係の診断

以降の節でそれぞれの診断について説明する。

3.1 学習者が解答した結論単体での診断

学習者が解答した結論単体での診断では学習者がテンプレートに数値や記号を入れた単文が数式として成り立っているか、すでに定義されているものを再定義していないか診断する。

3.2 理由と結論のテンプレートの関係の診断

本システムで使うキーワードとテンプレートは「点 a(b,c) は点の座標の情報」のようにそれぞれどのような情報であるか、さらにテンプレートにはどのような情報から求めることができるか設定してある。そこで学

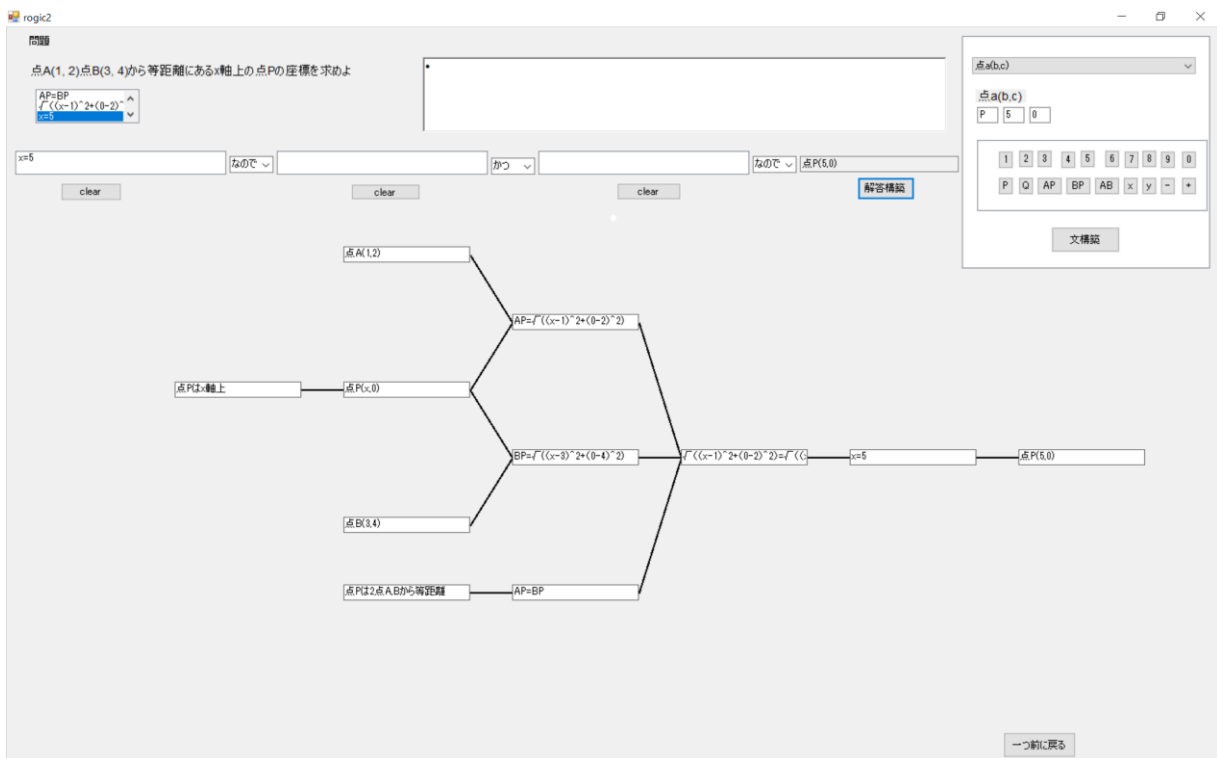


図 2 システム画面

習者が解答した時に結論のテンプレートを基準にその理由からその結論を求めることができるかを診断する。この時、学習者が入力した数値や記号は診断しない。

3.3 理由と結論の数値関係の診断

あらかじめ各テンプレートに「理由のこの部分がこの数値（記号）なら結論のこの部分はこうなる」というように対応付けをしており、誤りがあった場合はどの箇所でも誤っているのかを確認してその誤りに対応するフィードバックメッセージを与える。図3は「点Pはx軸上→点P(0,y)」と解答した時のフィードバックメッセージである。



図3 フィードバック画面

4. 評価実験

4.1 実験概要

本実験は、本システムによって学習を行うことが出来たか、本システムによって数学問題における論理構造を理解できたかの調査を目的として工学部生5名を対象に実験群3名と統制群2名に分けて調査した。

4.2 実験手順

実験では、最初に事前テストを行う。事前テストは数学Ⅱ軌跡の問題2問で構成されている(以後通常テストと呼ぶ)。採点は1問目は穴埋め式で合計36点、2問目はすべて記述式で問題を解くプロセスを5つに分けて、1つのプロセスにつき1点で全部で5点である。次に、実験群はシステム学習を行い、統制群は実験群のシステムで用いる問題と同じ問題を紙で解答してもらい途中で解答を与える。この時、事後テストで行う論理構造に関する問題において実験群が有利にならないようにその問題の正解の論理構造を統制群に提示する。次に事後テストを行う。事後テストは事前テストと同じ内容と論理構造に関する問題(以後論理テストと呼ぶ)がある。論理テストは論理構造を組み立てる問題と論理構造の誤りを指摘する問題で構成されている。論理構造を組み立てる問題の内容を図4に示

す。論理構造を組み立てる問題は正解の論理構造に用いる単文を用意してその単文を組み合わせて、正解の論理構造を組み立てさせる。採点方法は図4の問題の正しい論理構造では全部で6ヶ所の理由と結論の関係があり、そのうち何ヶ所の関係を正しく組み立てることが出来たかを1か所につき1点で採点を行った。論理構造の誤りを指摘する問題の一部を図5に示す。論理構造の誤りを指摘する問題は論理構造を見て、その論理構造が成り立つか、成り立たないかを答えてもらい、成り立たない場合はどこが間違いなのか、なぜ間違いなのかを記述する。採点方法は成り立つか、成り立たないか正しい方を選択できた場合に1点、成り立たない場合にどこが間違いなのかのみ記述できていた場合に1点、どこが間違いかとなぜ間違いなのか両方記述できていた場合は2点で成り立っている問題が2問、成り立っていない問題が2問で最大8点満点で採点を行った。最後にアンケートに答えてもらう。

1. 次の問いについて下記の単文を組み合わせて論理構造を記述せよ
 ○2点A(-1, 0), B(2, 0)がある。AP:BP=1:2となる点Pの軌跡を求めよ
 (解答)

点A(-1,0)	点P(x,y)	点B(2,0)	線分BP= $\sqrt{(x-2)^2+y^2}$
AP:BP=1:2	2AP=BP	線分AP= $\sqrt{(x+1)^2+y^2}$	
中心(-2,0)半径2の円上		2 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{(x-2)^2+y^2}$	
(x+2) ² +y ² =2 ²			

図4 論理構造を組み立てる問題

2. 次の論理構造は成り立つか成り立たないか正しい方を○で囲みなさい,また成り立たない場合は間違えている箇所となぜ間違いなのかを記述せよ
 (1)

点Pはy軸上	点P(x,0)
成り立つ	成り立たない

図5 論理構造の誤りを指摘する問題

4.3 テスト結果

表1, 表2にテスト結果を示す。

表1について実験群では事前→事後で25, 統制群では事前→事後で12上昇しており, 統制群よりも実験群の差が大きいことから, システムを用いた学習が数学

表 2 提案手法についてのアンケート

	質問項目	実験群	統制群
1	自身の解答の論理構造を記述できることは数学理解において重要だと感じますか	5.0	3.0
2	自身の解答の論理構造を記述する活動は数学理解において重要だと感じますか	5.3	4.0
3	自身の解答がどのような論理構造をしているかを考えることは数学理解において重要だと感じますか	5.3	2.0
4	論理構造の提示による自身の解答へのフィードバックは論理構造の理解に繋がりますか	4.6	3.0

表 3 システム機能についてのアンケート

	質問項目	実験群	統制群
1	メッセージによる自身の解答へのフィードバックは数学の理解に繋がりますか	4.6	
2	メッセージによる自身の解答へのフィードバックで論理構造の誤りに気づきましたか	4.0	
3	単文毎に解答へのフィードバックが得られるのは自身の解答への理解に繋がりますか	5.0	
4	論理構造の提示による自身の解答へのフィードバックは論理構造の理解に繋がりますか	4.3	
5	学習者の解答の論理構造を可視化する機能は数学理解に有効だと感じますか	5.0	

表 1 通常テストの結果

	事前 (平均)	事後 (平均)	差
実験群	4/41	29/41	25
統制群	10/41	22/41	12

表 2 論理テストの結果

	点数	正答率
実験群	8/14	57%
統制群	5/14	35%

理解において有効であることが示唆された。表 2 について実験群 57%、統制群 35%と実験群の方が高い点数となっており、システムを用いた学習が論理構造の理解に繋がることが示唆された。

4.4 アンケート結果

6 件方を用いたアンケート結果を表 2, 表 3 に示す。表 2 は本研究の提案手法である論理構造の可視化についてのアンケートである。アンケートの結果、統制群よりも実験群の方が高い評価を得たことから本システムが数学における論理構造の有効性を気づかせるのに有効であることが示唆された。

表 3 は本システムの機能についてのアンケートである。アンケートの結果、本システムの機能について高い評価を得られたことから本システムの機能が論理構造の理解に有効であることが示唆された。

5. おわりに

本稿では、学習者の論理的な誤りを修正して正しい論理構造を理解させるシステムの開発を目的として、学習者の解答の論理構造を可視化させ、また、学習者の解答を 3 段階に分けて診断して、フィードバックメッセージを与えるシステムを開発した。

そして実験結果より、テストの結果から本システムが数学問題さらには論理構造を理解するのに有効であることが示唆された。アンケートの結果から本システムが数学における論理構造の有効性を気づかせるのに有効であることが示唆された。今後の課題としてフィードバックメッセージ内容の改善が挙げられる。

謝辞

本研究の一部は科研費・基盤研究 (C) (18K11586) の助成による。

参考文献

- (1) 黒川 魁：“軌跡を題材とした数学の表現変換と能動的誤りの発見支援機能を有する学習支援システムの開発と評価”，平成 30 年度東京工芸大学修士論文，(2019)
- (2) 黒川 魁：“軌跡を題材とした数学の表現変換と能動的誤りの発見支援機能を有する学習支援システムの開発と評価”，電子情報通信学会論文誌，Vol. J101-D，No. 6，pp. 864-873 (2018)