

## 算数計算式の構造的解釈促進を指向した工夫計算作問演習システムの設計開発と試験的利用

### Design, Development and Experimental Use of Problem-Posing System for Efficient Calculations Oriented to Promoting Structural Interpretation of Numerical Expression in Arithmetic

榎本 浩義<sup>\*1</sup>, 林 雄介<sup>\*1</sup>, 平嶋 宗<sup>\*1</sup>

Hiroyoshi ENOMOTO<sup>\*1</sup>, Yusuke HAYASHI<sup>\*1</sup>, Tsukasa HIRASHIMA<sup>\*1</sup>

<sup>\*1</sup> 広島大学大学院工学研究科

<sup>\*1</sup> Graduate School of Engineering, Hiroshima University

Email: enomoto@lel.hiroshima-u.ac.jp

**あらまし**：計算の仕方を工夫することによって、素早く間違いのない計算をする算数工夫計算を、計算式の構造的解釈が可能である学習対象として位置づけ、工夫計算作問演習をシステム化し、授業での試験的利用を行った。工夫計算の指導にあたっては、構造的解釈を必須にするという点から作問演習が有効と考え、作問演習を効果的に行うためのシステムを設計・実装した。開発したシステムを小学校6年生1時限の算数授業で試験的に利用した結果、算数計算式の構造的解釈促進を示唆する結果が得られた。

**キーワード**：算数計算式、構造的解釈促進、工夫計算、作問演習、試験的利用

#### 1. はじめに

本研究では、算数計算式の構造的解釈促進を目指して、工夫計算作問演習をシステム化し、授業での試験的利用と利用効果の分析を行った。具体的には、(1) 算数工夫計算を、数学文字式と同様の構造操作が行えることから、文字式操作の導入となる学習対象として位置づけ、(2) 工夫計算の性質を考慮した演習法として作問演習を適用し、(3) 工夫計算作問演習を効果的に行うためのシステムを設計開発し、(4) 小学6年生算数授業での短期試験的利用を通じて、プレテストとポストテストの結果から、児童の計算方法に、数式に対する構造的解釈が促進されたことを示唆する変化がみられた。

工夫計算とは、計算の仕方を工夫することによって、素早く間違いのない計算をすることであると一般的には認識されている<sup>(1)</sup>。例としては、「 $2 \times 7 \times 3$ 」を「 $(2 \times 3) \times 7$ 」として九九のみで計算できるようにするなどがあげられる。本研究では、計算の仕方を工夫する際の式変形が、数式の構造的解釈を必要とすることから、高速計算手法としてではなく、算数計算式の構造的解釈促進につながる学習対象として、工夫計算を取り上げた。

#### 2. 算数計算式の構造的解釈

通常、算数においては、計算式は計算の手続きを記述したものとして教えられている。上述の「 $2 \times 7 \times 3$ 」では、まず「 $2 \times 7 = 14$ 」を計算し、次に「 $14 \times 3 = 42$ 」を計算するというように、左から順番に手続きどおりに計算すれば正解が得られる。言い方を変えれば、手続きどおりに解く計算は、解答の計算手順を示したものとイえる。このような、計算手順としての計算式理解を手続き的解釈と呼ぶことにする。

ところが、中学校に入り数学を習い始めると、手続き的解釈ではなく、数式を構造的に解釈した上で、の数式操作が求められるようになる。例えば、「 $ax + bx + cx = (a + b + c)x$ 」は、左から順番に手続きどおりに計算という方法では対応できず、式全体を見て、「 $ax$ 」「 $bx$ 」「 $cx$ 」がどのような要素から構成されており、それらの間の関係は何かを理解して操作しなければならない。このような、関係理解に基づく操作を構造的解釈と呼ぶことにする。

算数と数学においては数式の解釈に大きな違いが存在し、それが計算間違いを招くことが指摘されているが、このギャップは、算数計算式における手続き的解釈から、数学文字式での構造的解釈への移行のギャップが大きな要因とされている<sup>(2)</sup>。このギャップを緩和するには、小学生のうちに、普段の算数学習の中において、将来必要となる構造的解釈に慣れておくことが有効と考えられる。本研究では、工夫計算を、算数計算式を用いて数学文字式で行うような数式操作が行える学習対象として位置づける。例えば、「 $2 \times 7 \times 3 = (2 \times 3) \times 7$ 」は「 $a \times b \times c = (a \times c) \times b$ 」、「 $ax + bx + cx = (a + b + c)x$ 」は「 $48 \times 3 + 48 \times 7 + 48 \times 10 = (3 + 7 + 10) \times 48$ 」と考えれば、工夫計算と文字式操作を対応づけられることがわかる。

#### 3. 工夫計算作問演習システム

以上から、工夫計算は算数計算式の構造的解釈を促す学習対象とみなせる。しかし、算数計算式は構造的解釈可能であると同時に解答計算手順でもあるため、工夫せずとも正答できるので、問題を解かせるのみでは、必ずしも構造的解釈を促すとはいえない。そこで本研究では、工夫計算指導に作問演習<sup>(3)</sup>を適用する。工夫計算の作問演習とは、その計算上

の工夫が使える計算問題を作ることである。工夫計算の作問演習は、解答の計算ではないため、手続き的解釈による手順の実行では解けない。かつ、計算上の工夫は、式の要素の関係理解に基づく操作であるため、構造的解釈促進が期待される指導法である。

開発したシステムでは、(1)計算演習、(2)工夫計算演習、(3)工夫計算作問演習、(4)工夫計算作問演習(負例)の4演習を設け(図1)、システムによる例題提示、学習者による解答入力を実施できる(図2)。各演習では、学習者の解答に対してシステムにより自動的に正誤判定が行われ、フィードバックが返される(表1)。



図1 システムによる工夫計算作問演習

<b>演習1 解答</b> $27+9$ $=36$	<b>演習2 例題 解答</b> $27+8$ $= (27+3)+(8-3)$ $= 30+5$ $= 35$	$27+9$ $= (27+3)+(9-3)$ $= 30+6$ $= 36$
<b>演習3 例題 解答</b> $27+8$ $= (27+3)+(8-3)$ $= 30+5$ $= 35$	<b>演習4 例題 解答</b> $27+8$ $= (27+3)+(8-3)$ $= 30+5$ $= 35$	$27+6$ $= (27+3)+(6-3)$ $= 30+3$ $= 33$

図2 演習の詳細

表1 診断とフィードバック抜粋

演習	解答例、診断とフィードバックの例
3	$27+6=(27+3)+(6-3)=30+3=34$ 答えが正しくありません。
3	$27+6=(27+3)+3=30+3=33$ 例題の解き方通り解いていない式があるよ。
4	$27+9$ 例題の解き方が使える問題になっているよ。
4	$27+2$ この問題は工夫して計算できないよね!

#### 4. 授業におけるシステムの試験的利用

システムが授業で利用可能か、学習効果があるかを検証するため、小学校6年生3クラスの児童78名を対象に、正規カリキュラム外での試験的利用を各クラス1時限行った。この利用は、校長、各クラスの主任、および数学専科の教員にシステムを利用してもらったうえで、話し合いを行い、短期的な利用でも児童にとって有益であろうという合意が得られ

たうえでのものである。

システム利用前後に約2週間の間隔をおいて実施したプレテスト、ポストテストでは、学習問題(演習で使われた工夫計算が適用される問題)および転移問題(演習では使われていない工夫計算が適用される問題)において、それぞれ筆算での解答の数が有意に減少し(学習問題は5%有意、転移問題は1%有意(ボンフェローニ補正をしたウィルコクソンの符号順位検定))、工夫計算及び暗算の数が増加した(有意差なし)。図3により詳細な変化を示す。これらの変化は、少数の例外を除き、筆算から工夫計算、筆算から暗算への方で発生していた。これは、工夫計算の学習によって期待される方向への変化であるため、システム利用による算数計算式の構造的解釈促進を示唆しているといえ、本研究の工夫計算作問演習には一定の学習効果があったと考えられる。

また、児童に対して、システムの使いやすさ、システムによる誤りの診断・指摘、この演習の学習としての有用性についてアンケート調査を行ったが、いずれの項目においても8割以上の児童が肯定的意見を回答していた。この回答は、授業を観察した教員らの感想と一致するものであった。

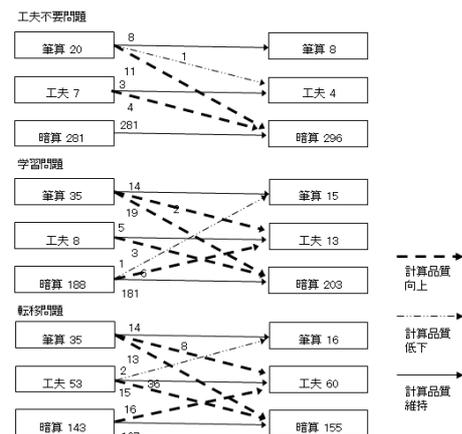


図3 プレテストとポストテストの計算方法変化

#### 5. まとめと今後の課題

本研究で実現した工夫計算作問演習のシステム化、授業利用は類例がなく、これが可能なことを示せたのは本研究の意義である。工夫計算学習による計算式構造的解釈の促進については、試験的利用でもあったため、今回の結果では十分ではない点がある。学習効果を詳細に分析すること、および数学の学習への貢献を検証することが今後の課題となる。

#### 参考文献

- (1) 千賀博巳: “計算の工夫(脳トレーニング)”, 豊橋創造大学短期大学部研究紀要, No.25, pp.67-76 (2008)
- (2) 三輪辰郎: “文字式の指導序説”, 筑波数学教育研究, Vol.15, pp.1-14 (1996)
- (3) 平嶋宗: “「問題を作ることによる学習」の分類と知的支援の方法”, 教育システム情報学会研究報告, Vol.20, No.3, pp.3-10 (2005)